

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие к первому изданию . . . . .	5
---	---

### I. ГЛАДКИЕ МНОГООБРАЗИЯ

1. Гладкие предмногообразия . . . . .	9
2. Гладкие многообразия . . . . .	12
3. Открытые подмногообразия. $E$ -свойство . . . . .	15
4. Векторные поля . . . . .	23
5. Векторные поля на координатных окрестностях . . . . .	25
6. Векторы . . . . .	30
7. Линейные дифференциальные формы . . . . .	34
8. Ковекторы . . . . .	37
9. Тензорные поля . . . . .	40
10. Тензоры. Умножение тензоров и тензорных полей . . . . .	43
11. Свертывание тензоров и тензорных полей . . . . .	47
12. Кривые и поверхности . . . . .	49
13. Продолжение тензорных полей . . . . .	54
14. Подмногообразия . . . . .	58
15. Произведения многообразий . . . . .	65

### II. ПРОСТРАНСТВА АФФИННОЙ СВЯЗНОСТИ

1. Аффинные связности . . . . .	68
2. Тензоры кривизны и кручения . . . . .	70
3. Ковариантное дифференцирование вдоль кривой . . . . .	72
4. Параллельный перенос вдоль кривой . . . . .	78
5. Ковариантное дифференцирование тензорных полей . . . . .	81
6. Геодезические . . . . .	88
7. Нормальные окрестности . . . . .	91
8. Теорема Уайтхеда . . . . .	97
9. Дифференциальные формы связности . . . . .	100
10. Уравнения Картана . . . . .	103

### III. РИМАНОВЫ ПРОСТРАНСТВА

1. Существование и единственность римановой связности . . . . .	106
2. Риманов тензор кривизны . . . . .	110
3. Дифференциальные формы связности и метрический тензор . . . . .	112
4. Длина кривой . . . . .	115

5. Внутренняя метрика . . . . .	118
6. Кратчайшие . . . . .	120
7. Нормальные выпуклые окрестности . . . . .	124
8. Лемма о сходимости . . . . .	126
9. Полные римановы пространства . . . . .	129
10. Условия полноты римановых пространств . . . . .	133

#### IV. ВАРИАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ

1. Геодезические как линии стационарной длины . . . . .	137
2. Вторая вариация длины дуги геодезической . . . . .	143
3. Якобиевы вариации и поля Якоби . . . . .	146
4. Сопряженные точки . . . . .	151
5. Кусочно гладкие и разрывные векторные поля . . . . .	156
6. Минимальные векторные поля . . . . .	160
7. Существование минимальных полей . . . . .	164
8. Ломаные поля Якоби . . . . .	168
9. Теорема об изоморфизме . . . . .	173
10. Квадратичная форма Морса . . . . .	177
11. Вычисление индекса точки с помощью формы Морса . . . . .	181
12. Вычисление индекса интервала с помощью формы Морса . . . . .	184
13. Квадратичная форма Ботта. Окончательная формулировка теорем об индексах . . . . .	191

#### ДОБАВЛЕНИЕ

##### ФОКАЛЬНЫЕ ТОЧКИ

1. Вторая квадратичная форма подмногообразия . . . . .	200
2. Фокальные точки . . . . .	205
3. Вычисление индекса $\lambda_N$ . . . . .	210
4. Доказательство неравенства (4) . . . . .	218

##### V. ТЕОРЕМА РЕДУКЦИИ

1. Формулировка теоремы . . . . .	223
2. Замечания к формулировке теоремы редукции . . . . .	227
3. Непрерывность отображений $\alpha$ и $\beta$ . . . . .	231
4. Завершение доказательства теоремы редукции . . . . .	237
5. Обобщенная теорема редукции . . . . .	242
6. Сравнение пространства $\tilde{\Omega}$ с пространством $\Omega$ . . . . .	244