

## **Задания для самостоятельной работы**

### **Ответы**

#### **Задания для самостоятельной работы (раздел 2.1)**

1.  $y = \ln |x + \sqrt{x^2 - 1}| + C.$

2.  $\ln |\ln y| - x = C.$

3.  $2 \ln(1 + e^x) - y^2 = C.$

4.  $\ln |\operatorname{tg}(\frac{y}{2})| + 2 \sin x = C.$

5.  $\sin y \cos x = C.$

6.  $y = \ln |1 + x^2| + C.$

7.  $y = e^x (\cos x + \sin x) + C.$

8.  $(1 + x^2)(1 + y^2) = C.$

9.  $x^2 + y \sin y + \cos y = C.$

10.  $\ln |y| + \operatorname{arctg} x = C.$

#### **Задания для самостоятельной работы (раздел 2.2)**

1.  $e^{-y/x} + \ln |x| = C.$

2.  $xe^{y/x} = C.$

3.  $\ln |x| + e^{x/y} = C.$

4.  $\ln |x| + \sin \frac{y}{x} = C.$

5.  $\ln |x + y| + \frac{x}{x + y} = C.$

6.  $\ln x - \frac{y}{x} \left( \ln \left( \frac{y}{x} \right) - 1 \right) = C.$

7.  $\sqrt{\frac{x}{y}} + \ln |y| = C.$

8.  $\ln |y| = \frac{x^2}{8y^2} + C.$

$$9. Cx = e^{\cos(y/x)}.$$

$$10. y^2 = Cxe^{-y/x}.$$

**Задания для самостоятельной работы (раздел 2.3)**

$$1. y = \frac{e^x - 1}{x}.$$

$$2. y = \frac{x}{\cos x}.$$

$$3. y = e^{-\operatorname{tg} x} + \operatorname{tg} x - 1.$$

$$4. y = \operatorname{ch} x \operatorname{sh} x.$$

$$5. y = \frac{x^2}{2} \ln x.$$

$$6. y = -\cos x.$$

$$7. y = \frac{x}{2 \cos x} + \frac{\sin x}{2}.$$

$$8. y = x^3.$$

$$9. y = x^4 - x^2.$$

$$10. y = xe^{-\sin x}.$$

**Задания для самостоятельной работы (раздел 2.4)**

$$1. y = \frac{x^4}{4} \ln^2 |x|.$$

$$2. y = (1+x^2) \operatorname{arctg}^4 x.$$

$$3. y = \frac{1}{x^2}.$$

$$4. y = \frac{1}{1 + \ln x}.$$

$$5. y = \frac{1}{(x+1)(1+\ln|x+1|)}.$$

$$6. y = e^{-x}.$$

$$7. y = \frac{1}{1+x}.$$

$$8. y = \left( \frac{1 + \ln |\cos x|}{x} + \operatorname{tg} x \right)^2.$$

$$9. y \frac{1}{\operatorname{sh} x}.$$

$$10. y = \frac{1}{(x+1)\cos x}.$$

### Задания для самостоятельной работы (раздел 2.5)

$$1. \frac{xy}{x-y} + \ln \frac{x}{y} = C.$$

$$2. x^2 + \frac{2}{3}(x^2 + y^2)^{3/2} = C.$$

$$3. (x \operatorname{ch} y + y \operatorname{sh} x) = C.$$

$$4. \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2y^2 + 2x + \frac{y^3}{3} = C.$$

$$5. \frac{x^3}{3} + xy^2 + x^2 = C.$$

$$6. 3xy^2 + x^2y + 3y + x^2 = C.$$

$$7. x^2y + 3xy^2 - y^3 = C.$$

$$8. x^2 + 5xy + y^3 = C.$$

$$9. \frac{x^2}{2} + xy + y^2 = C.$$

$$10. x^3 + 3x^2y^2 + y^4 = C.$$

### Задания для самостоятельной работы (раздел 3.1)

$$1. y = C_1 \ln |x| - \frac{x^2}{4} + C_2.$$

$$2. x - C_1 = \ln |\sin(y - C_2)|.$$

$$3. y = \frac{1}{12}(C_1 + x)^4 + C_2x + C_3.$$

$$4. y = \pm \frac{1}{2} \left( x\sqrt{C_1^2 - x^2} + C_1^2 \arcsin \frac{x}{C_1} \right) + C_2.$$

$$5. y = \frac{x^3}{12} + \frac{x^2}{2} + C_1 x \ln|x| + C_2 x + C_3.$$

$$6. y = \sin(C_1 + x) + C_2 x + C_3.$$

$$7. y = \ln|e^{2x} + C_1| - x + C_2.$$

$$8. y = \frac{1}{2}(\ln|x|)^2 + C_1 \ln|x| + C_2.$$

$$9. y = (1 + C_1^2) \ln|x| + C_1 - C_1 x + C_2.$$

$$10. y = C_1 + C_2 \ln|x|.$$

### Задания для самостоятельной работы (раздел 3.2)

$$1. 2y^2 - 4x^2 = 1.$$

$$2. y = x + 1.$$

$$3. y = 2e^x.$$

$$4. y = e^x.$$

$$5. x = -\frac{3}{2}(y+2)^{2/3}.$$

$$6. y = \sqrt{2 - e^{-x}}.$$

$$7. y = \sin x + 1.$$

$$8. y = e^x.$$

$$9. y = \sec^2 x.$$

$$10. y = \frac{3e^{3x}}{2 + e^{3x}}.$$

### Задания для самостоятельной работы (глава 4)

$$1. y = 1 - \sin x.$$

$$2. y = e^x - e^{2x}.$$

$$3. \ y = 3x + 5e^{5x}.$$

$$4. \ y = 2 - \sin 2x + \cos 2x.$$

$$5. \ y = (1 - x + 2x^2)e^x.$$

$$6. \ y = 1 + \sin 3x.$$

$$7. \ y = -\frac{1}{9}e^{-2x} + \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right)e^x.$$

$$8. \ y = -\frac{1}{4}e^{-5x} + \left(2x + \frac{9}{4}\right)e^{-x}.$$

$$9. \ y = -27x + 2 + 4e^{3x}.$$

$$10. \ y = 4e^{-3x} + 2e^{-2x} + 3e^x.$$

### Задания для самостоятельной работы (раздел 5.1)

$$1. \ y = (1 - x + x \ln x)e^{-x}.$$

$$2. \ y = \frac{\pi}{2} \cos x + \sin x - x \cos x + \sin x \ln |\sin x|.$$

$$3. \ y = -x \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + \sin 2x \ln |\cos x|.$$

$$4. \ y = 2(\cos x + \sin x) + \frac{1}{2} \cos \ln \left| \operatorname{ctg} \left( \frac{2x + \pi}{4} \right) \right|.$$

$$5. \ y = \frac{1}{4} \cos 2x \ln |\cos 2x| + \frac{x}{2} \sin 2x.$$

$$6. \ y = xe^x(1 + \ln x).$$

$$7. \ y = e^x - 4\sqrt{x}.$$

$$8. \ y = e^{x\sqrt{2}} + e^{-x\sqrt{2}} + e^{x^2}.$$

$$9. \ y = (e^x + e^{-x})(1 + \operatorname{arctg} e^x).$$

$$10. \ y = e^x + \frac{1}{x}.$$

### **Задания для самостоятельной работы (раздел 5.2)**

**1.**  $y = e^{3x}(C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x) + \frac{1}{102}(14 \cos x + 5 \sin x).$

**2.**  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{x}{2} \sin x.$

**3.**  $y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + \frac{x}{4}e^x \sin 2x.$

**4.**  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + x \cos x + x^2 \sin x.$

**5.**  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x} - \frac{e^{2x}}{20}(\sin 2x + 2 \cos 2x).$

**6.**  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 2 \cos x - \sin x.$

**7.**  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} - \frac{2}{5}(3 \sin 2x + \cos 2x).$

**8.**  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{3}{2}x \cos x.$

**9.**  $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} + \frac{1}{37}e^{3x}(6 \sin x - \cos x).$

**10.**  $y = C_1 e^{-\sqrt{2}x} + C_2 e^{\sqrt{2}x} + x e^x \sin x + e^x \cos x.$

### **Задания для самостоятельной работы (раздел 5.3)**

**1.**  $y = C_1 + C_2 e^{-x} + e^x + \frac{5}{2}x^2 - 5x.$

**2.**  $y = e^x(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x) + \frac{1}{37}(\sin 3x + 6 \cos 3x) + \frac{e^x}{9}.$

**3.**  $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + \frac{1}{4}x \sin x - \frac{1}{16} \cos x + \frac{1}{54}(3x - 1)e^{3x}.$

**4.**  $y = C_1 e^x + (C_2 + C_3 x)e^{2x} + e^{3x} + \frac{3}{2}x^2 e^{2x}.$

**5.**  $y = (C_1 x + C_2) \cos x + (C_3 x + C_4) \sin x + \frac{1}{4}e^x - \frac{1}{8}x^2 \sin x + \frac{1}{9} \sin 2x.$

**6.**  $y = C_1 + C_2 e^{-x} - 5x + \frac{5}{2}x^2 + e^x.$

$$7. y = C_1 + C_2 e^{3x} - \frac{x}{9} - \frac{x^2}{6} - \frac{1}{10}(\cos x + 3 \sin x).$$

$$8. y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x - \frac{x}{4}(3 \sin 2x + 2 \cos 2x) + \frac{1}{4}.$$

$$9. y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{x}{4} \cos x + \frac{x^2}{4} \sin x - \frac{x}{8} \cos 3x + \frac{3}{32} \sin 3x.$$

$$10. y = C_1 e^{-x} + C_2 + C_3 x + \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{12} x^4 + \left( \frac{3}{2} x - \frac{15}{4} \right) e^x.$$

### Задания для самостоятельной работы (раздел 6.1)

Решить систему дифференциальных уравнений методом исключения

$$1. \begin{cases} x = c_1 e^{2t} + c_2 e^{6t}, \\ y = \frac{-c_1 e^{2t} + 3c_2 e^{6t}}{2}. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = c_1 e^{-t} + c_2 e^{4t}, \\ y = \frac{4c_1 e^{-t} - c_2 e^{4t}}{4}. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 e^{-t}, \\ y = c_1 e^t + 3c_2 e^t. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = c_1 e^{-6t} + c_2 e^{-t}, \\ y = \frac{7c_1 e^{-6t} + 2c_2 e^{-t}}{2}. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 t e^t, \\ y = e^t(c_1 + c_2 t) - \frac{c_2 e^t}{2}. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x = e^{(3/2)t} (c_1 \sin t + c_2 \cos t), \\ y = \frac{5}{4} e^{(3/2)t} (c_1 \sin t + c_2 \cos t) - \frac{1}{2} e^{(3/2)t} (c_1 \cos t - c_2 \sin t). \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x = c_1 e^{2t} + c_2 e^{6t}, \\ y = \frac{c_2 e^{6t} - 3c_1 e^{2t}}{3}. \end{cases}$$

8. 
$$\begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 e^{-3t}, \\ y = c_1 e^t + 5c_2 e^{-3t}. \end{cases}$$

9. 
$$\begin{cases} x = c_1 e^{2t} - 2c_2 e^{-2t}, \\ y = c_1 e^{2t} + 5c_2 e^{-2t}. \end{cases}$$

10. 
$$\begin{cases} x = c_1 e^{-6t} + c_2 e^{-2t}, \\ y = \frac{7c_1 e^{-6t} + 3c_2 e^{-2t}}{3}. \end{cases}$$

Решить систему дифференциальных уравнений методом Эйлера.

1. 
$$\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}} c_1 e^{2t} + \frac{1}{\sqrt{2}} c_3 e^{3t}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} c_1 e^{2t} - \frac{1}{\sqrt{2}} c_2 e^t, \\ z = \frac{1}{\sqrt{3}} c_1 e^{2t} - \frac{1}{\sqrt{2}} c_2 e^t + \frac{1}{\sqrt{2}} c_3 e^{3t}. \end{cases}$$

2. 
$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2}}{3} c_1 e^{-2t} + \frac{2}{3} c_2 \sin 4t + \frac{2}{3} c_3 \cos 4t, \\ y = \frac{\sqrt{5}}{3} c_1 e^{-2t} + \frac{1}{3} i c_2 \sin 4t - \frac{1}{3} i c_3 \cos 4t, \\ z = \frac{\sqrt{5}}{3} c_1 e^{-2t} + \frac{2}{3} c_2 \sin 4t + \frac{2}{3} c_3 \cos 4t. \end{cases}$$

3. 
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2\sqrt{3}} c_1 e^{-2t} - 0,7634 c_2 t e^{-2t} + \frac{1}{\sqrt{3}} c_3 e^t, \\ y = \frac{2}{\sqrt{15}} c_1 e^{-2t} + 0,6325 c_2 t e^{-2t} + \frac{1}{\sqrt{3}} c_3 e^t, \\ z = \frac{2}{\sqrt{3}} c_1 e^{-2t} + 0,1310 c_2 t e^{-2t} + \frac{1}{\sqrt{3}} c_3 e^t \end{cases}$$

4. 
$$\begin{cases} x = c_1 e^{-t} + c_2 t e^{-t} + c_3 t^2 e^{-t}, \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x = -\sqrt{2}c_1 e^t - \frac{1}{\sqrt{3}}c_2 \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}c_3 \cos x, \\ y = \sqrt{2}c_1 e^t + \frac{1}{\sqrt{3}}c_2 \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}c_3 \cos x, \\ z = -\frac{1}{\sqrt{3}}c_2 \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}c_3 \cos x. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x = c_1 + \frac{2}{\sqrt{6}}c_2 e^{2t} + \frac{1}{\sqrt{6}}c_3 e^{-2t}, \\ y = \frac{10}{\sqrt{14}}c_2 e^{2t} - \frac{1}{\sqrt{6}}c_3 e^{-2t}, \\ z = \frac{2}{\sqrt{7}}c_2 e^{2t} + \sqrt{\frac{2}{3}}c_3 e^{-2t}. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x = c_1 e^x - \frac{1}{\sqrt{2}}c_2 e^{-2t} - \sqrt{\frac{2}{3}}c_3 e^{-3t}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{2}}c_2 e^{-2t} - \sqrt{\frac{1}{6}}c_3 e^{-3t}, \\ z = \sqrt{\frac{1}{6}}c_3 e^{-3t}. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x = 0,8248c_1 e^{2,5t} + 0,8129c_2 e^{2,25t} \sin 0,4t + 0,8129c_2 e^{2,25t} \cos 0,4t, \\ y = 0,1228c_1 e^{2,5t} + 0,22c_2 e^{2,25t} \sin 0,4t + 0,22c_2 e^{2,25t} \cos 0,4t, \\ z = 0,5519c_1 e^{2,5t} - 0,24c_2 e^{2,25t} \sin 0,4t - 0,24c_2 e^{2,25t} \cos 0,4t. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}}c_1 e^{t/2} \sin \sqrt{\frac{3}{4}}t + \frac{1}{\sqrt{3}}c_2 e^{t/2} \cos \sqrt{\frac{3}{4}}t - \frac{1}{\sqrt{3}}c_3 e^{2t}, \\ y = \frac{-1}{2\sqrt{3}}c_1 e^{t/2} \sin \sqrt{\frac{3}{4}}t - \frac{1}{2\sqrt{3}}c_2 e^{t/2} \cos \sqrt{\frac{3}{4}}t - \frac{1}{\sqrt{3}}c_3 e^{2t}, \\ z = \frac{-1}{2\sqrt{3}}c_1 e^{t/2} \sin \sqrt{\frac{3}{4}}t - \frac{1}{2\sqrt{3}}c_2 e^{t/2} \cos \sqrt{\frac{3}{4}}t - \frac{1}{\sqrt{3}}c_3 e^{2t}. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}} c_3 e^t, \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} c_3 e^t, \\ z = c_1 e^{-t} + c_2 t e^{-t} + \frac{1}{\sqrt{3}} c_3 e^t. \end{cases}$$

### Задания для самостоятельной работы (раздел 6.2)

Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений.

$$1. \begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{5t} + \frac{3}{4} t e^t, \\ y = 3C_2 e^{5t} - C_1 e^t - \frac{1}{4} e^t - \frac{3}{4} t e^t. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = C_1 e^{-t} + C_2 e^{3t} - \frac{1}{2} t e^{-t}, \\ y = 2C_1 e^{-t} - 2C_2 e^{3t} + \frac{1}{2} e^{-t}. \end{cases}$$

3.

$$\begin{cases} x = e^{2t} \left( C_1 \cos t + C_2 \sin t + t \left( -2 \cos t + \frac{1}{2} \sin t \right) \right), \\ y = e^{2t} \left( (C_1 + C_2) \cos t + (C_2 - C_1) \sin t + t \left( -\frac{3}{2} \cos t + \frac{5}{2} \sin t \right) + \left( \frac{\sin t}{2} - 3 \cos t \right) \right). \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = \sqrt{5} e^{-t} \left( C_1 \cos \sqrt{5}t - C_2 \sin \sqrt{5}t \right) + \frac{3}{2} \sin 2t, \\ y = e^{-t} \left( C_1 \sin \sqrt{5}t + C_2 \cos \sqrt{5}t \right) + \frac{3}{10} \sin 2t - \frac{3}{5} \cos 2t. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x = \frac{1}{2} C_1 e^t + \frac{1}{2} C_2 t e^t + 2t^2 e^t + 2t e^t, \\ y = C_1 e^t + C_2 t e^t + 4t^2 e^t. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \left( 2e^{3t} \left( (C_1 - \sqrt{3}C_2) \sin \sqrt{3}t + (C_2 + \sqrt{3}C_1) \cos \sqrt{3}t \right) - 2e^{2t} \right), \\ y = e^{3t} \left( C_1 \sin \sqrt{3}t + C_2 \cos \sqrt{3}t \right) - 2e^{2t}. \end{cases}$$

7. 
$$\begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{5t} + \frac{1}{13} \left( \frac{34}{13} - 6t \right) e^{-2t}, \\ y = -C_1 e^t + 3C_2 e^{5t} - \frac{4}{13} \left( \frac{34}{13} - 6t \right) e^{-2t} - \frac{19}{13} t e^{-2t}. \end{cases}$$

8.

$$\begin{cases} x = (2C_1 - C_2) \cos 2t - (2C_2 + C_1) \sin 2t - t \left( \frac{7}{4} \cos 2t + \sin 2t \right) + \frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} \cos 2t + \sin 2t \right), \\ y = C_1 \sin 2t + C_2 \cos 2t + t \left( \frac{3}{4} \cos 2t - \frac{1}{2} \sin 2t \right). \end{cases}$$

9. 
$$\begin{cases} x = C_1 e^{-t} + C_2 e^{3t} + 2t e^{3t}, \\ y = 2C_1 e^{-t} - 2C_2 e^{3t} - 4t e^{3t} + 2e^{3t}. \end{cases}$$

10.

$$\begin{cases} x = e^t (C_1 \sin 3t + C_2 \cos 3t + t(A \sin 3t + B \cos 3t)), \\ y = e^t (-C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t + t(3A \cos 3t - 3B \sin 3t) + (A \sin 3t + B \cos 3t)). \end{cases}$$

Решить линейные неоднородные системы.

1. 
$$\begin{cases} x = -c_1 e^t + c_2 e^{4t} + 3e^{5t}, \\ y' = c_1 e^t + c_2 e^{4t} + e^{5t}. \end{cases}$$

2. 
$$\begin{cases} x = (c_1 - c_2) \sin 2t + (c_1 + c_2) \cos 2t, \\ y = c_1 \sin 2t + c_2 \cos 2t + e^{-2t}. \end{cases}$$

3. 
$$\begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 t e^t - 3, \\ y = c_1 e^t + c_2 t e^t - 2 + \frac{c_2 e^t}{2}. \end{cases}$$

4. 
$$\begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 e^{-2t} - 4t e^t, \\ y = \frac{1}{4} (c_1 e^t + 4c_2 e^{-2t} - 4t e^t + 4e^t). \end{cases}$$

5. 
$$\begin{cases} x = c_1 + c_2 e^{3t} + 3t^2 + 2t, \\ y = 2c_1 - c_2 e^t + 6t^2 - 2t - 2. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x = \frac{1}{2} \left( -c_1 e^t - \frac{3}{4} e^{3t} + \frac{3}{2} e^{3t} t \right), \\ y = c_1 e^t + c_2 e^{2t} + \frac{3}{2} \left( t - \frac{3}{2} \right) e^{3t}. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x = \frac{2}{3} c_2 e^{8t} - 2c_1 - 6t + 1, \\ y = c_1 + c_2 e^{8t} + 3t. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x = c_1 \sin t + c_2 \cos t + t(\cos t - \sin t), \\ y = (c_1 + c_2) \sin t + (c_2 - c_1) \cos t + 2t \cos t - \cos t + 3 \sin t. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x = \frac{1}{2} \left( 5c_1 e^{4t} + \frac{372}{221} \cos t - \frac{304}{221} \sin t \right), \\ y = c_1 e^{4t} + c_2 e^{-t} + \frac{2}{13} \sin t + \frac{26}{17} \cos t. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x = c_1 \sin 2t + c_2 \cos 2t + 8t + 8, \\ y = (c_1 + 2c_2) \sin 2t + (c_2 - 2c_1) \cos 2t + 16t. \end{cases}$$

Найти общее решение системы дифференциальных уравнений.

$$1. \begin{cases} x = \cos 2t (\ln \cos 2t + c_1) + (2t + c_2) \sin 2t, \\ y = -c_1 \sin 2t + (4t + 2c_2) \cos 2t - 2 \sin 2t \ln \cos 2t. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = c_1 + c_2 e^{-t} - 1 + \ln(2 + e^{-t})(2e^{-t} - 1), \\ y = -c_2 e^{-t} - 2e^{-t} \ln(2 + e^t) + \frac{(e^{-t} - 1)}{2 + e^t}. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = \ln(2 + e^{-t})(1 + 2e^{-t}) + c_1 + 1 + c_2 e^t, \\ y = 2e^t \ln(2 + e^{-t}) + c_2 e^t - 1. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = \tilde{c}_1 e^{4t} + \tilde{c}_2 e^{-4t}, \\ y = 4\tilde{c}_1 e^{4t} - 4\tilde{c}_2 e^{-4t}, \end{cases}$$

$$\text{где } \tilde{c}_1 = \int \frac{16e^{-4t} dt}{5 \sin 4t}, \quad \tilde{c}_2 = - \int \frac{16e^{4t} dt}{5 \sin 4t}.$$

5. 
$$\begin{cases} x = \ln(1 + e^{-2t})(e^{-2t} - 1) + c_1 - 1 + c_2 e^t, \\ y = 2e^{2t} \ln(1 + e^{-2t}) + 2c_2 e^{2t} - \frac{2e^{-2t}(e^{-2t} - 1)}{1 + e^{-2t}}. \end{cases}$$

6. 
$$\begin{cases} x = \tilde{c}_1 \sin t + (c_2 - 2 \sin t) \cos t, \\ y = \tilde{c}_1 \cos t - (c_2 - 2 \sin t) \sin t, \end{cases}$$

где  $\tilde{c}_1 = \int \frac{2 dt}{\sin t} + 2 \cos t + c_1$ .

7.

$$\begin{cases} x = (c_1 - \ln(1 + e^{2t}))e^{-4t} + \left(c_2 - t + \frac{1}{2} \times \ln(1 + e^{2t})\right)e^{-2t}, \\ y = -\frac{2e^{-2t}}{1 + e^{2t}} - 4e^{-4t}(c_1 - \ln(1 + e^{2t})) + \left(\frac{1}{1 + e^{2t}} - e^{-2t}\right) - 2e^{-2t}\left(c_2 - t + \frac{1}{2} \ln(1 + e^{2t})\right). \end{cases}$$

8. 
$$\begin{cases} x = \left(c_2 - \frac{t}{2}\right) \sin t + (c_1 - \ln \sin t) \cos t, \\ y = -\frac{1}{2} \sin t + \left(c_2 - \frac{t}{2}\right) \cos t - \frac{\cos^2 t}{\sin t} - \sin t(c_1 - \ln \sin t). \end{cases}$$

9. 
$$\begin{cases} x = (t + c_1 - \ln(1 + e^t))e^{-t} + (c_2 - \ln(1 + e^t))e^{-2t}, \\ y = \left(e^t - \frac{1 + e^{-t}}{1 + e^t}\right) - e^{-t}(t + c_1 - \ln(1 + e^t)) - 2e^{-2t}(c_2 - \ln(1 + e^t)). \end{cases}$$

10. 
$$\begin{cases} x = (c_1 - \ln(2 + e^{-t}))e^t + (c_2 - e^{-t} + 2 \ln(2 + e^{-t}))e^{2t}, \\ y = \frac{1 - 2e^t}{2 + e^{-t}} - e^t(c_1 - \ln(2 + e^{-t})) + e^t - 2e^{2t}(c_2 - e^{-t} + 2 \ln(2 + e^{-t})). \end{cases}$$

### Задания для самостоятельной работы (раздел 6.3)

Исследовать положение равновесия системы дифференциальных уравнений и изобразить ее фазовые траектории на плоскости.

1. Седло.
2. Неустойчивый узел.
3. Неустойчивый фокус.
4. Неустойчивый фокус.
5. Устойчивый узел.
6. Центр.
7. Седло.
8. Неустойчивый узел.
9. Неустойчивый фокус.
10. Неустойчивый дикритический узел.

### **Задания для самостоятельной работы (глава 7)**

- 1.** Решение неустойчиво. **2.** Решение неустойчиво. **3.** Решение асимптотически устойчиво. **4.** Решение неустойчиво. **5.** Решение асимптотически устойчиво. **6.** Решение неустойчиво. **7.** Решение неустойчиво. **8.** Решение асимптотически устойчиво. **9.** Решение асимптотически устойчиво. **10.** Решение асимптотически устойчиво.