

## ОГЛАВЛЕНИЕ.

Стр.

Предисловие . . . . .	5
<b>Глава I. Рациональные числа.</b>	
§ 1. Основные законы действий над числами . . . . .	7
§ 2. Скалярные числовые поля и их свойства . . . . .	8
§ 3. Свойства обратных операций в числовом поле . . . . .	11
§ 4. Система рациональных чисел как минимальное скалярное числовое поле . . . . .	14
§ 5. Аксиоматика натурального ряда . . . . .	15
§ 6. Действия над натуральными числами . . . . .	17
§ 7. Обобщение понятия числа. Метод пар . . . . .	20
§ 8. Теория целых чисел как пар натуральных чисел . . . . .	22
§ 9. Теория рациональных чисел как пар целых чисел . . . . .	25
§ 10. Действительные числа . . . . .	28
<b>Глава II. Теория делимости и алгоритм Евклида</b>	
§ 11. Отношение делимости и его простейшие свойства . . . . .	31
§ 12. Общий наибольший делитель и наименьшее кратное двух чисел . . . . .	33
§ 13. Общий наибольший делитель и наименьшее кратное нескольких чисел . . . . .	36
§ 14. Теория делимости в поле рациональных чисел . . . . .	38
§ 15. Алгоритм Евклида . . . . .	41
§ 16. Элементарная теория непрерывных дробей . . . . .	46
§ 17. Неопределенные уравнения первой степени с двумя неизвестными . . . . .	52
<b>Глава III. Простые числа.</b>	
§ 18. Разложение на первоначальные множители . . . . .	60
§ 19. Разложение больших чисел на множители . . . . .	62
§ 20. Теорема Вильсона . . . . .	—
§ 21. Критерии Эйлера . . . . .	64
§ 22. Следствия теоремы о разложении на первоначальные множители . . . . .	69
§ 23. Числовая функция Эйлера . . . . .	76
§ 24. Решето Эратосфена . . . . .	81
§ 25. Формула Лежандра . . . . .	83
§ 26. Вопрос о распределении простых чисел в натуральном ряду . . . . .	91
§ 27. О порядке величины $\pi(x)$ при $x \rightarrow \infty$ . . . . .	103
<b>Глава IV. Задачи аддитивной теории чисел.</b>	
§ 28. Разбиение чисел на слагаемые . . . . .	116
§ 29. Теорема Эйлера-Лежандра . . . . .	119
§ 30. Рекуррентные соотношения, вытекающие из теоремы Эйлера-Лежандра . . . . .	123
§ 31. Разложение натуральных чисел на сумму двух квадратов . . . . .	127
§ 32. Разложение натуральных чисел на сумму четырех квадратов . . . . .	130
§ 33. Проблема Варинга . . . . .	134

<b>Глава V. Теория сравнений.</b>		<b>Стр.</b>
§ 34.	Понятие о сравнении. Классы равноостаточных чисел по данному модулю . . . . .	137
§ 35.	Основные свойства сравнений. Операции сложения и умножения по данному модулю. Признаки делимости чисел . . . . .	140
§ 36.	Операция деления. Делители нуля. Приведенная система вычетов . . . . .	144
§ 37.	Решение сравнений первой степени . . . . .	147
§ 38.	Дроби по простому модулю . . . . .	151
§ 39.	Теоремы Ферма и Эйлера. Приложения к решению сравнений первой степени . . . . .	154
§ 40.	О числе решений сравнений высших степеней . . . . .	158
§ 41.	Степенные вычеты . . . . .	160
§ 42.	Первообразные корни простого модуля . . . . .	162
§ 43.	Первообразные корни модуля $p^{\alpha}$ . . . . .	165
§ 44.	Теория индексов и ее приложения . . . . .	166
§ 45.	Приложения теории степенных вычетов к выводу признаков делимости . . . . .	171
§ 46.	Периодические дроби, получающиеся при обращении простых дробей в десятичные . . . . .	173
§ 47.	Сравнения по функциональному и двойному модулю . . . . .	180

**Глава VI. Рациональные приближения иррациональных чисел. Алгебраические и трансцендентные числа.**

§ 48.	Введение . . . . .	183
§ 49.	Представление иррациональных чисел непрерывными дробями . . . . .	185
§ 50.	Эквивалентные числа . . . . .	190
§ 51.	Рациональные приближения действительных чисел и подходящие дроби . . . . .	193
§ 52.	Уравнение Пелля . . . . .	201
§ 53.	Разложение квадратических иррациональностей в непрерывную дробь . . . . .	203
§ 54.	Решение уравнения Пелля . . . . .	208
§ 55.	Рациональные приближения алгебраических чисел . . . . .	211
§ 56.	Трансцендентность чисел $e$ и $\pi$ . . . . .	217

**Глава VII. Неопределенные уравнения высших степеней.**

§ 57.	Положительные квадратичные формы . . . . .	225
§ 58.	Неопределенные квадратичные формы . . . . .	234
§ 59.	Задача Ферма . . . . .	240

**Приложения:**

<i>Краткий историко-биографический справочник . . . . .</i>	248
<i>Упражнения . . . . .</i>	254
<i>Числовые таблицы . . . . .</i>	268