

# Оглавление

<b>Предисловие</b>	<b>7</b>
<b>1 Стартовая площадка</b>	<b>8</b>
1.1 Откуда берутся «всякие» числа . . . . .	9
1.2 Всё ли так просто . . . . .	10
1.3 Комплексные числа . . . . .	12
1.4 Об ощущении таинственности . . . . .	16
1.5 Комбинаторика . . . . .	18
1.6 Бином Ньютона . . . . .	20
1.7 Многочлены . . . . .	21
1.8 Теоретико-множественные операции . . . . .	23
<b>2 Последовательности и пределы</b>	<b>26</b>
2.1 Сходимость и пределы . . . . .	26
2.2 Простейшие инструменты . . . . .	28
2.3 Как работает лемма Вейерштрасса . . . . .	30
2.4 Предел функции . . . . .	32
2.5 Непрерывные функции . . . . .	35
2.6 О теории вещественных чисел . . . . .	37
2.7 Надумана ли проблема и каковы блага . . . . .	40
2.8 Равномерная непрерывность . . . . .	42
2.9 Фундаментальные последовательности . . . . .	43
2.10 Числовые ряды . . . . .	44
<b>3 Производная и дифференциал</b>	<b>51</b>
3.1 Производная . . . . .	51
3.2 Правила дифференцирования . . . . .	53
3.3 Дифференциалы . . . . .	55

3.4	Производные элементарных функций . . . . .	59
3.5	Тропа на вершину Тейлора . . . . .	64
3.6	Разложение Тейлора . . . . .	67
3.7	Контрпримеры и парадоксы . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Интеграл</b>	<b>75</b>
4.1	Первообразная . . . . .	75
4.2	Определённый интеграл . . . . .	77
4.3	Взаимосвязь интегралов . . . . .	79
4.4	Техника интегрирования . . . . .	81
4.5	Прикладные задачи . . . . .	85
4.6	Несобственные интегралы . . . . .	92
4.7	Дифференциальные уравнения . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Функции нескольких переменных</b>	<b>105</b>
5.1	В двух словах о векторах . . . . .	105
5.2	Предел и сходимость . . . . .	107
5.3	Непрерывность . . . . .	109
5.4	Частные производные . . . . .	110
5.5	Приращения и дифференциалы . . . . .	110
5.6	Производные и дифференциалы высших порядков . . . . .	112
5.7	Градиент . . . . .	113
5.8	О роли повторных пределов . . . . .	117
5.9	Интегралы, зависящие от параметра . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Отображения, или операторы</b>	<b>125</b>
6.1	Аргументы и функции как векторы . . . . .	125
6.2	Линейные отображения . . . . .	127
6.3	Обратимые преобразования . . . . .	130
6.4	Детерминанты, или определители . . . . .	132
6.5	Эквивалентные нормы . . . . .	133
6.6	Дифференцирование оператора . . . . .	136
6.7	Принцип сжимающих отображений . . . . .	137
6.8	Обратные и неявные функции . . . . .	138

<b>7</b>	<b>Кратные интегралы</b>	<b>141</b>
7.1	Двойные интегралы . . . . .	141
7.2	Замена переменных . . . . .	144
7.3	Кратные интегралы . . . . .	146
7.4	Объёмы $n$ -мерных тел . . . . .	146
7.5	Сюрпризы $n$ измерений . . . . .	148
<b>8</b>	<b>Векторный анализ</b>	<b>150</b>
8.1	Координаты и векторы . . . . .	150
8.2	Скалярное произведение . . . . .	155
8.3	Векторное произведение . . . . .	157
8.4	Приложения к механике . . . . .	160
8.5	Дивергенция . . . . .	163
8.6	Оператор Гамильтона . . . . .	167
8.7	Циркуляция . . . . .	168
<b>9</b>	<b>Гладкая оптимизация</b>	<b>173</b>
9.1	Безусловный экстремум . . . . .	173
9.2	Достаточные условия . . . . .	175
9.3	Условный экстремум . . . . .	176
9.4	Общий случай . . . . .	180
9.5	Нелинейное программирование . . . . .	182
9.6	Интерпретация множителей Лагранжа . . . . .	184
9.7	Двойственные задачи . . . . .	185
<b>10</b>	<b>Аналитические функции</b>	<b>187</b>
10.1	О роли комплексных чисел . . . . .	187
10.2	Дифференцируемость . . . . .	190
10.3	Примеры . . . . .	193
10.4	Простейшие свойства . . . . .	194
10.5	Контурные интегралы . . . . .	196
10.6	Интеграл Коши . . . . .	200
10.7	Регулярность . . . . .	202
10.8	Аналитическое продолжение . . . . .	205
10.9	Теорема Руше . . . . .	207

<b>11</b>	<b>Функциональные ряды</b>	<b>210</b>
11.1	Равномерная сходимостъ . . . . .	211
11.2	Степенные ряды . . . . .	212
11.3	Ортогональные разложения . . . . .	214
11.4	Механизм производящих функций . . . . .	217
11.5	Ряды Фурье . . . . .	218
11.6	Интеграл Фурье . . . . .	221
11.7	Преобразование Лапласа . . . . .	223
11.8	Дельта-функция . . . . .	227
<b>12</b>	<b>Неподвижные точки</b>	<b>231</b>
12.1	Проблемы существования решения . . . . .	231
12.2	Вращение векторного поля . . . . .	234
12.3	Гомотопия векторных полей . . . . .	237
12.4	Ядро теории . . . . .	240
12.5	Теоремы существования . . . . .	243
12.6	О теореме Брауэра . . . . .	245
12.7	$P$ -отображения . . . . .	246
12.8	Алгебраическое число нулей . . . . .	247
12.9	Индексы на бесконечности . . . . .	248
12.10	Накрытия и гомеоморфизмы . . . . .	249
12.11	Параметрические уравнения . . . . .	251
<b>13</b>	<b>Проблемы обучения</b>	<b>253</b>
13.1	Кто мы есть и как мы учимся . . . . .	254
13.2	О взаимодействии с подсознанием . . . . .	257
13.3	Гипнотический вирус, будь он неладен . . . . .	258
	<b>Обозначения</b>	<b>261</b>
	<b>Литература</b>	<b>262</b>
	<b>Предметный указатель</b>	<b>264</b>