

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>8</b>
<b>I Пространства</b>	<b>11</b>
<b>Глава I. Элементы теории множеств</b>	<b>12</b>
1. Что такое множество? . . . . .	12
2. Про аксиому выбора и другие проблемы . . .	15
3. Мощность множеств . . . . .	21
4. Отображения множеств . . . . .	24
<b>Глава II. Метрические пространства</b>	<b>27</b>
1. Определение метрического пространства, примеры . . . . .	27
2. Открытые и замкнутые множества метрического пространства . . . . .	35
3. Сходимость в метрическом пространстве . . .	40
4. Полные метрические пространства . . . . .	44
5. Принцип сжимающих отображений . . . . .	52
6. О применении метрических пространств в теории информации . . . . .	58
<b>Глава III. Нормированные и банаховы пространства</b>	<b>61</b>
1. Линейные пространства . . . . .	61
2. Нормированные и банаховы пространства . .	66

3. Функции со значениями в банаховом пространстве . . . . .	70
4. О линейных операторах в банаховых пространствах . . . . .	72
<b>Глава IV. Интеграл Лебега и пространства <math>L_p</math></b>	<b>77</b>
1. Интеграл Лебега . . . . .	77
2. Мера множества и интеграл Лебега по мере . .	82
3. Пространства Лебега . . . . .	97
<b>Глава V. Гильбертовы пространства</b>	<b>103</b>
1. Скалярное произведение . . . . .	103
2. Примеры гильбертовых пространств . . . . .	107
3. Геометрия гильбертова пространства . . . . .	112
4. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве . .	119
<b>Глава VI. Топологические пространства</b>	<b>131</b>
1. Топология открытых множеств . . . . .	131
2. Базы и пределы . . . . .	135
3. Компактность . . . . .	137
4. Линейные топологические пространства . . .	146
<b>II Линейные операторы</b>	<b>149</b>
<b>Глава VII. Три принципа линейных операций</b>	<b>150</b>
1. Принцип равномерной ограниченности . . . .	150
2. Принцип открытости отображения . . . . .	155
3. Теорема Хана—Банаха . . . . .	160
<b>Глава VIII. Линейные функционалы</b>	<b>169</b>
1. Сопряженные пространства . . . . .	169
2. Теорема Рисса . . . . .	175
3. Сопряженные операторы . . . . .	178
4. Обобщенные функции . . . . .	181

<b>Глава IX. Неограниченные линейные операторы</b>	<b>187</b>
1. Замкнутые операторы . . . . .	187
2. Самосопряженные операторы . . . . .	190
3. Резольвента и спектр . . . . .	198
4. О спектральном разложении операторов . . . . .	207
<b>Глава X. Компактные операторы</b>	<b>209</b>
1. Свойства компактных операторов . . . . .	209
2. Собственные значения компактного оператора . . . . .	213
3. Доказательство теоремы Гильберта—Шмидта . . . . .	217
<b>Глава XI. Операторные уравнения</b>	<b>222</b>
1. Линейные уравнения . . . . .	222
2. Альтернатива Фредгольма . . . . .	228
3. Проекционный метод . . . . .	232
<b>Глава XII. Полугруппы операторов</b>	<b>239</b>
1. Сильно непрерывные полугруппы . . . . .	239
2. Генераторы полугрупп . . . . .	244
3. Спектральные свойства генераторов полугрупп . . . . .	246
4. Теорема Хилле—Иосиды и ее обобщения . . . . .	248
5. Аналитические полугруппы . . . . .	253
6. Применение полугрупп операторов для эволюционных уравнений . . . . .	256
<b>Литература</b>	<b>261</b>