**А. А. Гусев**

# ГИДРАВЛИКА
## ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

УЧЕБНИК ДЛЯ ВУЗОВ

2–е издание, исправленное и дополненное

*Допущено Министерством образования и науки РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям и специальностям*

**Книга доступна в электронной библиотечной системе biblio-online.ru**

**Москва ▪ Юрайт ▪ 2015**

УДК 621
ББК 30.123я73
Г96

***Автор*:**

**Гусев Александр Андреевич** — кандидат технических наук, профессор кафедры гидравлики Национального исследовательского университета Московского государственного строительного университета.

***Рецензенты*:**

*Комаров А. А.* — доктор технических наук, профессор кафедры гидравлики Национального исследовательского университета Московского государственного строительного университета;

*Николаев В. Г.* — доктор технических наук, заведующий кафедрой гидравлики Национального исследовательского университета Московского государственного строительного университета.

**Гусев, А. А.**

Г96 Гидравлика. Теория и практика : учебник для вузов / А. А. Гусев. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2015. — 285 с. — Серия : Бакалавр. Базовый курс.

ISBN 978-5-9916-3434-2

Изложены основные вопросы курса «Гидравлика»: физические свойства жидкости; законы равновесия и движения жидкости. Рассмотрены вопросы гидравлических сопротивлений, движения жидкости по трубопроводам и каналам, истечения жидкостей через отверстия и насадки, струйных течений, грунтовых потоков, особенности расчета воздуховодов и газопроводов, моделирования гидравлических явлений. Показаны примеры решения задач по гидравлике, приведены способы решения сложных гидравлических задач численными методами на ЭВМ.

Содержание учебника соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования третьего поколения и методическим требованиям, предъявляемым к учебным изданиям.

*Для подготовки бакалавров, специалистов, магистров, изучающих гидравлику в строительных вузах, вузах коммунального хозяйства и вузах с аналогичными специальностями.*

УДК 621
ББК 30.123я73

ISBN 978-5-9916-3434-2

© Гусев А. А., 2013
© Гусев А. А., 2013, с изменениями
© ООО «Издательство Юрайт», 2015

# Оглавление

**Предисловие** ..... **8**

**Введение. Определение предмета. Краткие исторические сведения** ..... **11**

**Раздел I**
**ОСНОВЫ ГИДРАВЛИКИ**

**Глава 1. Жидкости и их основные физические свойства** ..... **15**
*Примеры расчетов* ..... 19
*Контрольные вопросы и задания* ..... 19

**Глава 2. Гидростатика** ..... **21**
2.1. Равновесие жидкости и действующие силы ..... 21
2.2. Гидростатическое давление и его свойства ..... 22
2.3. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости ..... 25
2.4. Равновесие жидкости в поле земного тяготения. Поверхность уровня. Основное уравнение гидростатики ..... 27
2.5. Геометрическое и энергетическое толкование основного уравнения гидростатики. Величина гидростатического давления. Закон Паскаля ..... 29
2.6. Абсолютное и избыточное давления. Вакуум ..... 31
2.7. Эпюры гидростатического давления ..... 35
2.8. Сила давления жидкости на плоскую поверхность ..... 36
2.9. Центр давления ..... 38
2.10. Давление жидкости на криволинейные поверхности ..... 41
2.11. Приборы для измерения давления ..... 47
2.12. Закон Архимеда. Условия плавания тел ..... 50
*Примеры расчетов* ..... 52
*Контрольные вопросы и задания* ..... 54

**Глава 3. Гидродинамика. Понятия и характеристики, определяющие течение жидкости** ..... **56**
3.1. Основные понятия гидродинамики ..... 56
3.2. Режимы движения жидкости ..... 58
3.3. Модели течения жидкости. Линия тока, трубка тока, элементарная струйка ..... 60
3.4. Расход потока. Геометрические характеристики потока жидкости. Средняя скорость потока. Формула расхода ..... 63

3.5. Виды движения жидкости ... 64
3.6. Общие сведения об относительном взаимодействии жидкости и твердого тела ... 66
*Пример расчетов* ... 68
*Контрольные вопросы и задания* ... 69

**Глава 4. Основные уравнения движения жидкости ... 70**
4.1. Дифференциальные уравнения движения невязкой жидкости ... 70
4.2. Интегрирование дифференциальных уравнений Эйлера для случая установившегося течения в поле силы тяжести. Уравнение Бернулли ... 72
4.3. Интерпретация уравнения Бернулли ... 74
4.4. Уравнение Бернулли для элементарной струйки вязкой жидкости ... 76
4.5. Уравнение Бернулли для потока реальной (вязкой) жидкости ... 77
4.6. Уравнение неразрывности или сплошности течения для установившегося потока жидкости ... 81
4.7. Примеры практического применения уравнения неразрывности и уравнения Бернулли ... 82
4.8. Уравнение Бернулли для газов ... 86
4.9. Гидравлическая форма записи закона сохранения количества движения ... 89
4.10. Основное уравнение равномерного течения жидкости ... 92
4.11. Законы сохранения ... 94
*Примеры расчетов* ... 95
*Контрольные вопросы и задания* ... 96

**Глава 5. Особенности течения жидкости в трубах ... 98**
5.1. Распределение скоростей по сечению трубопровода при ламинарном течении ... 98
5.2. Локальные скорости при турбулентном течении ... 101
5.3. Касательные напряжения в турбулентном потоке ... 102
5.4. Распределение скоростей при турбулентном течении ... 104
*Пример расчетов* ... 105
*Контрольные вопросы и задания* ... 106

**Глава 6. Потери напора при установившемся движении жидкости ... 107**
6.1. Потери напора в трубопроводах ... 107
6.2. Потери напора по длине при установившемся равномерном движении жидкости ... 108
6.3. Потери напора на местных сопротивлениях ... 111
6.4. Суммарные потери напора на участках трубопроводов. Взаимовлияние местных сопротивлений ... 115
6.5. Коэффициент гидравлического трения по длине трубопровода $\lambda$ ... 116
6.6. Влияние особых факторов на величину потерь напора в трубах ... 121

*Примеры расчетов* ... 123
*Контрольные вопросы и задания* ... 126

**Глава 7. Безнапорное движение жидкости. Равномерное течение в каналах ... 128**
7.1. Средняя скорость и расход потока при равномерном течении жидкости. Формула Шези ... 128
7.2. Безнапорные потоки в открытых руслах ... 129
7.3. Виды каналов. Геометрические элементы сечения канала ... 131
7.4. Расчеты равномерного течения в канале ... 132
*Пример расчетов* ... 134
*Контрольные вопросы и задания* ... 135

**Раздел II**
**СПЕЦИАЛЬНАЯ ГИДРАВЛИКА**

**Глава 8. Расчеты трубопроводов ... 139**
8.1. Общие положения ... 139
8.2. Расчеты простых коротких трубопроводов ... 141
8.3. Основные задачи, решаемые при расчетах простых трубопроводов ... 144
8.4. Сложные трубопроводы и их расчеты ... 146
8.5. Гидравлический удар в трубах ... 154
*Примеры расчетов* ... 160
*Контрольные вопросы и задания* ... 163

**Глава 9. Истечение жидкости через отверстия и насадки ... 164**
9.1. Истечение жидкости через отверстия ... 164
9.2. Истечение жидкости через насадки ... 168
9.3. Особенности истечения через нецилиндрические насадки ... 172
9.4. Истечение жидкости при переменном напоре ... 174
9.5. Истечение через большое отверстие в атмосферу ... 178
*Примеры расчетов* ... 179
*Контрольные вопросы и задания* ... 181

**Глава 10. Гидравлические струи ... 182**
10.1. Виды струйных течений ... 182
10.2. Свободные затопленные струи ... 182
10.3. Свободные незатопленные струи ... 185
*Пример расчетов* ... 190
*Контрольные вопросы и задания* ... 191

**Глава 11. Движение грунтовых вод ... 192**
11.1. Общие сведения ... 192
11.2. Основной закон фильтрационных течений. Коэффициент фильтрации ... 194
11.3. Безнапорные равномерные грунтовые потоки воды ... 195
11.4. Основное дифференциальное уравнение неравномерного безнапорного грунтового потока ... 196

11.5. Интегрирование основного дифференциального уравнения неравномерного грунтового потока ... 198
11.6. Приток грунтовой воды к круглым одиночным колодцам ... 200
*Примеры расчетов* ... 204
*Контрольные вопросы и задания* ... 206

**Глава 12. Основы моделирования гидравлических явлений ... 207**
12.1. Общие сведения ... 207
12.2. Гидродинамическое подобие явлений ... 207
12.3. Критерии подобия ... 209
12.4. Перенос параметров с модели на натурные условия ... 211
12.5. Элементы теории размерностей; π-теорема ... 213
*Контрольные вопросы и задания* ... 215

**Раздел III**
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГИДРАВЛИКА**
**(ЭЛЕМЕНТЫ ГИДРОМЕХАНИКИ)**

**Глава 13. Кинематика движения жидкости ... 219**
13.1. Методы описания движения жидкости ... 219
13.2. Движение жидкой частицы ... 223
13.3. Вихревое и потенциальное движения жидкости ... 227
13.4. Дифференциальное уравнение неразрывности или сплошности течения ... 228
13.5. Плоское потенциальное течение. Функция тока ... 231
*Контрольные вопросы и задания* ... 235

**Глава 14. Уравнения гидродинамики невязкой и вязкой жидкости ... 236**
14.1. Уравнения гидродинамики невязкой жидкости ... 236
14.2. Интегрирование дифференциальных уравнений движения невязкой жидкости ... 239
14.3. Уравнения гидродинамики реальной (вязкой) жидкости ... 244
*Контрольные вопросы и задания* ... 249

**Глава 15. Уравнения неустановившегося течения жидкости ... 251**
15.1. Основное дифференциальное уравнение неустановившегося течения в элементарной струйке ... 251
15.2. Интегрирование основного дифференциального уравнения неустановившегося течения ... 253
15.3. Основное уравнение неустановившегося течения в круглоцилиндрической трубе ... 254
*Контрольные вопросы и задания* ... 255

**Глава 16. Решение гидродинамических уравнений численными методами ... 256**
16.1. Методы решения сложных гидродинамических задач ... 256
16.2. Преобразование уравнений Навье — Стокса для решения методом конечных разностей ... 258

16.3. Конечно-разностная форма исходных уравнений. Алгоритм численного расчета на ЭВМ ..... 260
*Контрольные вопросы и задания* ..... 263

**Приложения ..... 264**
Приложение 1. Основные условные обозначения ..... 264
Приложение 2. Глоссарий гидравлических терминов ..... 266
Приложение 3. Единицы измерения в системе СИ ..... 272
Приложение 4. Физические свойства жидкости ..... 273
Приложение 5. Гидравлические сопротивления ..... 275

**Список литературы ..... 282**
**Предметный указатель ..... 283**

# Предисловие

Настоящий учебник предназначен для подготовки бакалавров всех специальностей, изучающих гидравлику в строительных вузах и вузах коммунального хозяйства, а также для подготовки специалистов и магистров, кроме специальности гидротехнической и теплогазоснабжения, так как в учебнике, в силу заданного объема, отсутствуют разделы по темам «движение жидкости через гидротехнические сооружения» и «основы газодинамики».

В результате изучения предмета студент должен будет:

***знать***

• основные гидравлические понятия, относящиеся к равновесию и движению жидкости;

• математические уравнения, описывающие движение жидкости и состояние ее равновесия (покоя);

• формулы, константы, коэффициенты, с помощью которых можно определить параметры различных гидравлических процессов и явлений;

• методы решения гидравлических задач;

• приборы и оборудование, используемые для определения гидравлических характеристик;

***уметь***

• понимать физическую природу различных гидравлических процессов и явлений;

• классифицировать виды движения жидкости;

• объяснять причины и возможные последствия гидравлических процессов и явлений, возникающих или имеющих место в практике строительства и эксплуатации объектов;

• использовать законы физики, теоретической механики, теплотехники, сопротивления материалов для решения гидравлических задач;

• проектировать параметры сооружений и оборудования, связанных с движением жидкости или воздействием на них покоящейся жидкости;

• рассчитывать параметры жидкой и газовой сред в статике и динамике для различных гидравлических процессов и явлений;

• использовать закономерности моделирования и теории размерностей при решении сложных инженерных задач определения характеристик гидравлических процессов, для которых не найдены конечные математические формулы и уравнения;

***владеть навыками***

• теоретического вывода уравнений равновесия и движения жидкости;

• решения различных гидравлических задач;

• оценки реальности получаемых или исследуемых гидравлических параметров в их числовом выражении.

Таким образом, в результате изучения предмета студент сможет **быть компетентным** в профессиональном анализе и решении технических задач, связанных с движением или равновесием (покоем) жидкости.

Методика изложения материала опирается на методику преподавания курса гидравлики (механики жидкости и газа), разработанную за долгие годы на кафедре гидравлики МГСУ и использованную для изложения материала в учебниках известных гидравликов П. Г. Киселева [3, 6], А. Д. Альтшуля [2, 3], Ф. М. Долгачева [13] и др. Так как настоящий учебник подготавливался в период перехода на двухступенчатую форму образования бакалавр/магистр, с изменением программ обучения, уменьшением часов преподавания не только по гидравлике, но и по другим базовым предметам, в учебник внесены некоторые изменения в порядок изложения материала и сделано его определенное упрощение для улучшения понимания обучающимися по программам бакалавров. Эти изменения незначительно уменьшают общую компетенцию по предмету по сравнению с той, которую получали студенты — будущие инженеры, но позволяют совместить в учебнике материалы по обучению бакалавров, специалистов и магистров. Учебник условно разделен на три раздела: «Основы гидравлики», «Специальная гидравлика», «Математическая гидравлика (основы гидромеханики)», что дает возможность, используя базовую часть «Основы гидравлики», включать в процесс обучения студентов разных специальностей и уровней главы из двух других разделов учебника в соответствии с программами обучения, определяемыми федеральными и вузовскими компонентами этих программ. Некоторое уменьшение объема традиционно излагаемого материала предполагает, что в своей практической работе будущие специалисты смогут воспользовать-

ся справочной и специальной литературой, энциклопедически наполненными учебниками, такими как известные учебники Р. Р. Чугаева [17] и Д. В. Штеренлихта [19].

В настоящем издании изложение материала — традиционное с примерами решения задач и справочными приложениями.

Список литературы, использованной при подготовке данного учебника, представлен в конце книги. В разделе по численному решению дифференциальных уравнений в параграфах 16.2 и 16.3 использовался материал курса лекций по гидравлике для МГСУ, подготовленный А. Л. Зуйковым.

Автор благодарит рецензентов В. Г. Николаева и А. А. Комарова за ценные советы и рекомендации по рукописи книги.

Большую и бескорыстную помощь при подготовке рукописи к печати оказал О. А. Гусев, за что автор выражает ему особую благодарность.

Автор будет искренне признателен всем, кто пришлет свои замечания и пожелания к содержанию учебника по адресу: 129337, г. Москва, Ярославское ш., 26, МГСУ, кафедра гидравлики.

# Введение
# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДМЕТА. КРАТКИЕ ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Гидравлика — наука, изучающая равновесие и движение жидкости, а также ее взаимодействие с твердыми телами, погруженными в нее, и твердыми поверхностями, граничащими с жидкостью.

Гидравлика позволяет разрабатывать методики решения различных прикладных задач в строительстве, коммунальном хозяйстве, охране водных ресурсов и других многогранных сферах человеческой деятельности, связанных с водой и другими жидкостями.

Первым научным трудом в области гидравлики был трактат Архимеда (287—212 гг. до н.э.) «О плавающих телах». Леонардо да Винчи (1452—1519) в XV в. написал работу «О движении и измерении воды», Галилео Галилей (1564—1642) в 1612 г. в своем трактате «Рассуждение о телах, пребывающих в воде, и о тех, которые в ней движутся» рассмотрел условия равновесия жидкости, обосновал основные законы плавания тел. Далее Эванджелиста Торричелли (1608—1647) предложил в 1643 г. формулу для определения скорости истечения жидкости из отверстия, Блез Паскаль (1623—1662) открыл закон о передаче внешнего давления в жидкости, который до настоящего времени служит основанием для конструирования гидравлических машин (прессы, домкраты, тормоза и др.), Исаак Ньютон (1643—1727) в 1686 г. предложил гипотезу о законе внутреннего трения в движущейся жидкости.

Однако формирование гидравлики как науки, базирующейся на математических уравнениях, дифференциальном и интегральном исчислении, произошло в XVIII в. и стало возможным благодаря работам академиков Петербургской Академии наук: Л. Эйлера (1707—1783), Д. Бернулли (1700—1782), М. В. Ломоносова (1711—1765).

Даниил Бернулли в 1738 г. опубликовал уравнение, отражающее закон сохранения энергии для жидкости, справедливо считающееся основополагающим в практических расчетах по гидравлике. Леонард Эйлер в 1755 г. вывел дифференциальные уравнения равновесия и движения жидкости. М. В. Ломоносов открыл и обосновал законы сохранения массы вещества и энергии.

Кроме российских, огромный вклад в развитие гидравлики внесли и западноевропейские ученые. А. Шези (1718—1798) изучал равномерное движение жидкости, Д. Вентури (1746—1822) исследовал истечение жидкости через отверстия и насадки, Ю. Вейсбах (1806—1871) занимался изучением сопротивления движения жидкости. О. Рейнольдс (1842—1912) много труда вложил в изучение ламинарного и турбулентного движений.

В России во второй половине XIX и начале XX в. наиболее известны работы И. С. Громеки (1851—1889), Н. П. Петрова (1836—1920), Н. Е. Жуковского (1847—1921) по винтовым потокам, теории смазки, гидравлическому удару. На Западе к наиболее известным работам в начале XX в. следует отнести полуэмпирическую теорию турбулентного течения Л. Прандтля (1875—1953).

Развитие гидротехнического, гидромелиоративного строительства в СССР позволило создать советскую гидравлическую школу. Можно назвать много известных имен, благодаря которым гидравлическая наука обогатилась глубокими исследованиями и теоретическими разработками в различных областях гидравлики. В первую очередь к ним следует отнести Н. Н. Павловского, М. А. Великанова, И. И. Агроскина, Е. А. Замарина, М. Д. Чертоусова, Р. Р. Чугаева, И. И. Леви, П. Г. Киселева, Л. С. Животовского, А. Д. Альтшуля и др.

В последние десятилетия развитие гидравлики неразрывно связано с применением ЭВМ. Широко используются численные методы гидравлических расчетов, а также численное моделирование гидравлических явлений. Имена ученых, внесших свой значительный вклад в это направление, еще будут внесены в анналы истории гидравлики.

# Раздел I

# ОСНОВЫ ГИДРАВЛИКИ

В результате освоения этого раздела студенты должны:

***знать***

— основные понятия и определения гидравлики;

— основополагающие уравнения, определяющие связи между параметрами течения или равновесия (покоя) жидкости;

— формулы, константы, коэффициенты, с помощью которых можно определить параметры различных гидравлических процессов и явлений;

— приборы и оборудование для определения гидравлических характеристик;

***уметь***

— понимать физическую природу основных гидравлических процессов;

— рассчитывать параметры (характеристики) основных видов движения и покоя жидкости;

***владеть***

— навыками разделения гидравлических процессов на виды и подвиды для их правильного математического описания и использования формул;

— навыками теоретического обоснования использования уравнений и формул, определяющих рассматриваемое гидравлическое явление или процесс.

# Глава 1
# ЖИДКОСТИ И ИХ ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

**Жидкости.** В природе различают четыре вида состояния вещества: твердое, жидкое, газообразное и плазменное. Основное отличие жидкостей от твердых тел заключается в их текучести, т.е. способности легко принимать форму сосуда, в который жидкость поместили, при этом объем жидкости не изменяется. Газ тоже обладает текучестью, но при этом занимает любой предоставленный ему объем. В сосудах жидкость образует свободную поверхность, а газ аналогичной поверхностью не обладает. Однако с точки зрения механики и жидкость, и газ подчиняются одним и тем же закономерностям в случае, если сжимаемостью газа можно пренебречь. Поэтому в гидравлике под термином «жидкость» понимаются и собственно жидкости (которые часто называют капельными жидкостями), и газы (газообразные жидкости).

Основные свойства жидкости (при рассмотрении задач механики жидкости) — это плотность, способность изменять свой объем при нагревании (охлаждении) и изменениях давления, вязкость жидкости. Рассмотрим каждое из этих свойств жидкости подробнее.

**Плотность жидкости.** Плотностью жидкости $\rho$ называется ее масса, заключенная в единице объема:

$$\rho = \frac{m}{W}, \tag{1.1}$$

где $m$ — масса жидкости; $W$ — объем жидкости.

Единица измерения плотности — кг/м$^3$.

Так как вода является наиболее распространенной в природе жидкостью, в качестве примера количественного значения параметра, определяющего то или иное свойство жидкости, будем приводить значение рассматриваемого параметра для воды. Плотность воды при 4°С $\rho_в$ = 1000 кг/м$^3$.

Плотность жидкости уменьшается при увеличении температуры. Однако для воды эта закономерность справедлива только с 4°С, в чем проявляется одно из аномальных свойств воды.

**Удельный вес.** Удельный вес $\gamma$ — это вес жидкости, приходящийся на единицу объема:

$$\gamma = \frac{G}{W}, \tag{1.2}$$

где $G$ — вес жидкости в объеме $W$.

Единица измерения удельного веса — Н/м$^3$. Удельный вес воды при температуре 4°С $\gamma_в$ = 9810 Н/м$^3$. Плотность и удельный вес связаны между собой соотношением

$$\gamma = \rho g, \tag{1.3}$$

где $g$ — ускорение свободного падения.

**Температурное расширение.** Это свойство жидкости изменять свой объем при изменении температуры (с увеличением температуры жидкость расширяется, с уменьшением сжимается), которое определяется температурным коэффициентом объемного расширения жидкости $\beta_t$:

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{W}\frac{1}{\Delta t}, \tag{1.4}$$

где $W$ — начальный объем жидкости; $\Delta W$ — изменение объема после изменения температуры; $\Delta t$ — изменение температуры.

Единица измерения $\beta_t$ — градус$^{-1}$, для воды при $t$ = 20°С $\beta_t$ = 0,000158 1/°С. Для большинства жидкостей с увеличением давления $\beta_t$ растет.

**Сжимаемость.** Это свойство жидкости менять свой объем при изменении давления, которое характеризуется коэффициентом объемного сжатия $\beta_p$:

$$\beta_p = \frac{\Delta W}{W}\frac{1}{\Delta p}, \tag{1.5}$$

где $W$ — начальный объем жидкости; $\Delta W$ — изменение объема после изменения давления; $\Delta p$ — изменение давления.

Единица измерения $\beta_p$ — Па$^{-1}$. Коэффициент объемного сжатия капельных жидкостей мало меняется в зависимости от давления и температуры. Для воды $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется *модулем упругости* жидкости $E$ и определяется по формуле

$$E = \frac{1}{\beta_p}. \qquad (1.6)$$

Для воды $E = 2 \cdot 10^9$ Па.

**Вязкость жидкости** — свойство жидкостей оказывать сопротивление сдвигу. Это свойство проявляется только при движении жидкостей. Вязкость определяет степень текучести жидкости. Наряду с легко подвижными жидкостями (вода, спирт, воздух и др.) существуют очень вязкие жидкости (глицерин, машинные масла и др.).

Вязкость жидкости характеризуется коэффициентами динамической вязкости $\mu$ или кинематической вязкости $\nu$.

И. Ньютон выдвинул гипотезу о силе трения $F$, возникающей между двумя слоями жидкости на поверхности их раздела площадью $\omega$, согласно которой сила внутреннего трения в жидкости не зависит от давления, прямо пропорциональна площади соприкосновения слоев $\omega$ и быстроте изменения скорости в направлении, перпендикулярном направлению движения слоев, и зависит от рода жидкости.

Пусть жидкость течет по плоскому дну параллельными ему слоями (рис. 1.1).

Вследствие тормозящего влияния дна слои жидкости будут двигаться с разными скоростями. На рис. 1.1 скорости слоев показаны стрелками. Рассмотрим два слоя жидкости, середины которых расположены на расстоянии $\Delta y$ друг от друга. Слой $B$ движется со скоростью $u$, а слой $A$ — со скоростью $u + \Delta u$.

На площадке $\omega$ вследствие вязкости возникает сила сопротивления $F$. Согласно гипотезе Ньютона эта сила

$$F = \mu\omega \frac{\Delta u}{\Delta y}, \qquad (1.7)$$

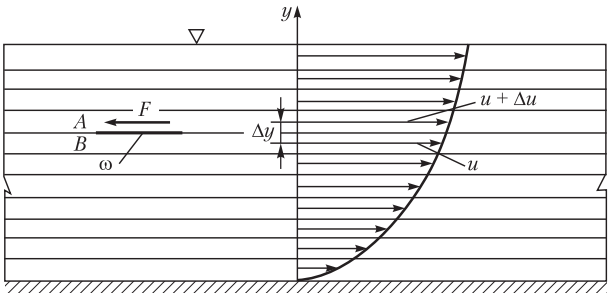


*Рис. 1.1.* **Сила сопротивления между слоями жидкости**

коэффициент пропорциональности $\mu$ в этой формуле и является *коэффициентом динамической вязкости*, отношение $\Delta u/\Delta y$ называется *градиентом скорости*.

Таким образом, динамическая вязкость является силой трения, приходящейся на единицу площади соприкосновения слоев жидкости при градиенте скорости, равном единице. Размерность $\mu$ — Па·с.

Гипотеза И. Ньютона, представленная в формуле (1.7), экспериментально подтверждена и математически оформлена в дифференциальном виде основоположником гидравлической теории смазки Н. П. Петровым и в настоящее время носит название *закона внутреннего трения Ньютона*:

$$F = \mu\omega\frac{du}{dn}, \tag{1.8}$$

или

$$\tau = \mu\frac{du}{dn}, \tag{1.9}$$

где $\tau$ — касательное напряжение на площадке $\omega$ ($\tau = F/\omega$); $n$ — обозначение направления, перпендикулярного направлению движения жидкости.

В гидравлических расчетах часто удобнее пользоваться другой величиной, характеризующей вязкость жидкости, — $\nu$:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \tag{1.10}$$

Эта величина называется *коэффициентом кинематической вязкости*. Размерность $\nu$ — м$^2$/с.

Название «кинематическая вязкость» не несет особого физического смысла, так как оно было предложено потому, что размерность $\nu$ похожа на размерность скорости.

Вязкость жидкости зависит как от температуры, так и от давления. Вязкость капельных жидкостей уменьшается с увеличением температуры, а вот вязкость газов, наоборот, возрастает с увеличением температуры. Вязкость жидкостей при давлениях, встречающихся в большинстве случаев на практике, мало зависит от давления, а вязкость газов с возрастанием давления уменьшается.

Вязкость жидкости измеряют с помощью вискозиметров различных конструкций.

Жидкости, для которых справедлив закон внутреннего трения Ньютона (1.8), называют ньютоновскими. Существуют жидкости, которые не подчиняются закономерности

(1.8), к ним относятся растворы полимеров, гидросмеси из цемента, глины, мела и др. Такие жидкости относятся к неньютоновским.

## Примеры расчетов

**Пример 1.1.** Определить массу бензина, заполняющего цилиндрический резервуар диаметром $d = 0{,}3$ м и высотой $h = 0{,}4$ м при температуре 20°С ($\rho_б = 7250$ кг/м$^3$).

*Решение*

$$m = \rho W = \frac{\rho \pi d^2 h}{4} = \frac{7250 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot 0{,}4 = 204{,}9 \text{ кг}.$$

*Ответ.* 204,9 кг.

**Пример 1.2.** Определить количественные изменения давления в воде, находящейся в герметически закрытом полностью заполненном резервуаре, при изменении температуры от 10 до 20°С, если считать материал резервуара абсолютно жестким.

*Решение*

Если бы резервуар не был закрыт герметически, изменение объема можно было бы найти из формулы (1.4) $\Delta W = \beta_t W \Delta t$. Тогда новый объем был бы равен $W' = W + \Delta W$. Но по условию резервуар закрыт, а следовательно, объем неизменен. Значит, должно измениться внешнее давление на поверхности воды (а значит, и давление в каждой точке объема) на величину $\Delta P$, требуемую чтобы объем был в заданном состоянии, ее определим из формулы (1.5):

$$\Delta p = \frac{\Delta W}{W'} \frac{1}{\beta_p} = \frac{\beta_t W \Delta t}{(W + \beta_t W \Delta t)} \frac{1}{\beta_p} = \frac{\beta_t \Delta t}{(1 + \beta_t \Delta t)\beta_p}.$$

При $t = 20$°С $\beta_t = 150 \cdot 10^{-6}$ 1/°С; $\Delta t = 10$°С; $\beta_p = 5 \cdot 10^{-6}$ Па$^{-1}$. Тогда

$$\Delta p = \frac{10 \cdot 150 \cdot 10^{-6}}{(1 + 10 \cdot 150 \cdot 10^{-6}) \cdot 5 \cdot 10^{-10}} = 29{,}95 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

*Ответ.* $\Delta p = 29{,}95 \cdot 10^5$ Па.

## Контрольные вопросы и задания

1. Каковы отличия жидкости от твердых тел и газов?
2. Перечислите основные физические свойства жидкостей.

3. Что такое плотность жидкости, в каких единицах ее измеряют?

4. Что такое вязкость жидкости и когда это свойство проявляется?

5. Какие коэффициенты характеризуют вязкость жидкости?

6. Из какого закона определяется коэффициент динамической вязкости?

7. От какого параметра значительно зависит вязкость жидкости?

8. Какие жидкости называются ньютоновскими, а какие неньютоновскими?

# Глава 2
# ГИДРОСТАТИКА

## 2.1. Равновесие жидкости и действующие силы

**Гидростатика** — раздел гидравлики, в котором изучается жидкость, находящаяся в равновесии.

Если на выделенную массу жидкости не действуют внешние силы, то все частицы этой массы остаются неподвижными относительно выбранной системы координат, т.е. находятся в покое или движутся с одинаковой для всех частиц скоростью, при этом взаиморасположение частиц остается постоянным. Такое состояние жидкости называется равновесным. В случае воздействия внешних сил либо равновесное состояние жидкости сохраняется, либо жидкость переходит в состояние движения с ускорением частиц жидкости.

Рассмотрим, какие силы могут действовать на жидкость, находящуюся в равновесии, и каким условиям должны удовлетворять *внешние силы*, чтобы условия равновесия жидкости не нарушались.

Выделим некоторый объем $W$ из массы жидкости, находящейся в резервуаре, и рассмотрим силы, действующие на этот объем.

Эти силы могут быть поверхностными и массовыми.

*Поверхностные силы* — это силы давления, действующие на поверхности выделенного объема, они пропорциональны размеру площади $\Delta\omega$, взятой на этой поверхности (силы $N_1$, $N_2$, ..., $N_i$, ..., рис. 2.1).

*Массовые силы* — это внешние силы, пропорциональные массе жидкости, заключенной в выделенном объеме (сила $R$ на рис. 2.1). К таким силам относятся силы тяжести и силы инерции.

Для того чтобы жидкость находилась в состоянии равновесия (покоя), необходимо, чтобы силы, действующие в точках ее граничной поверхности, были направлены под углом

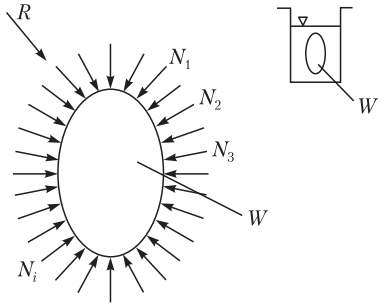


*Рис. 2.1.* **Силы, действующие на жидкость в условиях равновесия**

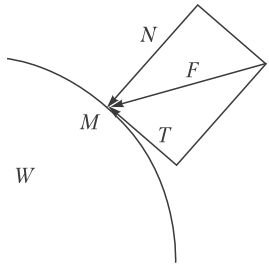


*Рис. 2.2.* **Действие поверхностных сил**

90° к этой поверхности. Действительно, так как жидкости сопротивляются сжимающим усилиям и в силу свойства текучести не могут сопротивляться сдвигающим усилиям, сила $N$ (рис. 2.2) должна быть направлена нормально (под углом 90°) к поверхности, ограничивающей объем жидкости, и не может быть направлена под другим углом, как, например, сила $F$, стремящаяся сдвинуть частицу жидкости, находящуюся в точке $M$ (силу $F$ можно разложить на две составляющие — $N$ и $T$).

В то же время сила $N$ не может быть направлена от поверхности, так как реальные жидкости не сопротивляются растягивающим усилиям.

## 2.2. Гидростатическое давление и его свойства

Одним из основных понятий гидростатики является понятие *гидростатического давления*. Для его объяснения рассмотрим некоторый объем жидкости, находящейся в равновесии (рис. 2.3).

Проведем секущую плоскость $I—I$, которая разделит объем $W$ на две части, и отбросим мысленно одну из них, например верхнюю. Действие отброшенной части на нижнюю заменим распределенными по поверхности силами $\Delta F$, действующими на площадку $\Delta\omega$. Представим, что $\Delta\omega$ «стягивается» в точку $A$. Тогда предел отношения $\Delta F/\Delta\omega$ при $\Delta\omega \to 0$ называется гидростатическим давлением в рассматриваемой точке:

$$p = \lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta\omega} = \frac{dF}{d\omega}. \qquad (2.1)$$

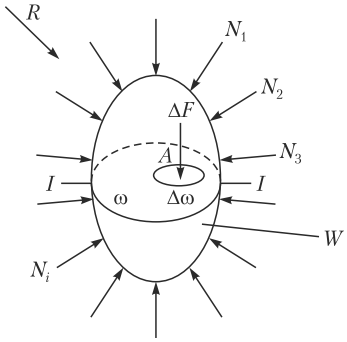


*Рис. 2.3.* **К определению понятия гидростатического давления**

Следует отметить, что этот же предел отношения $\Delta F/\Delta\omega$ в курсе сопротивления материалов носит название упругого напряжения сжатия $\sigma$:

$$\sigma = \lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta\omega}.$$

Таким образом, *гидростатическое давление в рассматриваемой точке жидкости есть упругое напряжение сжатия, возникающее в жидкости под действием внешних сил.* В качестве единицы измерения этой величины применяют 1 Па (один паскаль). Под 1 Па понимают давление, создаваемое силой в 1 Н, которая равномерно распределена по поверхности площадью 1 м$^2$.

Рассмотрим свойства гидростатического давления.

Так как сила $\Delta F$, использованная в данном определении понятия гидростатического давления, должна быть перпендикулярна площадке $\Delta\omega$ (жидкость находится в равновесии), то и *гидростатическое давление должно быть направлено со стороны жидкости по нормали к той поверхности, на которую действует.* Это и является первым свойством гидростатического давления.

Выделим в покоящейся жидкости, находящейся в условиях земного тяготения, элементарный объем в виде кубика со сторонами $dx$, $dy$, $dz$ (рис. 2.4). Оси координат направим параллельно сторонам.

Кубик находится в равновесии, значит, уравновешены поверхностные и массовые силы, действующие на кубик по всем трем осям $x$, $y$, $z$:

$$dF'_x = dF''_x; \quad dF'_y = dF''_y; \quad dF'_z = dF''_z - dR_z.$$

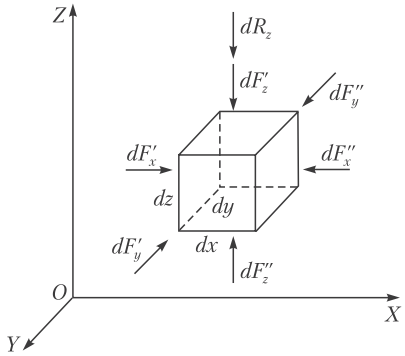


*Рис. 2.4.* **Действие внешних сил на объем жидкости в виде элементарного кубика**

Для условий Земли единственной массовой силой $R$ является сила тяжести, т.е. в рассматриваемом случае $dR_z = \rho g dx dy dz$, где $dx dy dz$ — объем кубика.

Так как $p = dF/d\omega$, систему уравнений можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} p'_x dy dz = p''_x dy dz, \\ p'_y dx dz = p''_y dx dz, \\ p'_z dy dx = p''_z dy dx - \rho g dx dy dz. \end{cases}$$

Сократив равенства, получим

$$p'_x = p''_x; \quad p'_y = p''_y; \quad p'_z + \rho g dz = p''_z.$$

Членом $\rho g dz$ по сравнению с $p'_z$ можно пренебречь как величиной бесконечно малой. Получаем, что

$$p'_x = p''_x; \quad p'_y = p''_y; \quad p'_z = p''_z.$$

Выделенный кубик не деформируется, находясь в условиях равновесия, значит

$$p'_x = p''_x = p'_y = p''_y = p'_z = p''_z.$$

В результате логично сделать вывод: так как кубик бесконечно мал и выбран в произвольном месте, то и *для любой точки жидкости гидростатическое давление одинаково по всем направлениям* — это и есть второе свойство гидростатического давления.

Из этого свойства вытекает следствие: так как любая точка определяется ее координатами, гидростатическое давление в точке зависит от координат рассматриваемой точки:

$$p = f(x, y, z).$$