ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

В. И. Костюнин

ЭКОНОМЕТРИКА

УЧЕБНИК И ПРАКТИКУМ
ДЛЯ ПРИКЛАДНОГО БАКАЛАВРИАТА

Допущено Учебно–методическим отделом высшего образования в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по экономическим направлениям и специальностям

Книга доступна в электронной библиотечной системе biblio-online.ru

Москва ▪ Юрайт ▪ 2014

УДК 330.4(075.8)
ББК 65в6я73
К72

***Автор*:**

Костюнин Владимир Ильич — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры моделирования экономических и информационных систем факультета прикладной математики и информационных технологий Финансового университета при Правительстве Российской Федерации.

***Рецензенты*:**

Щепетова С. Е. — доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры системного анализа в экономике Финансового университета при Правительстве Российской Федерации;

Мхитарян В. С. — доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой математической статистики и эконометрики Московского государственного университета экономики, статистики и информатики (МЭСИ).

Костюнин, В. И.

К72 Эконометрика : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / В. И. Костюнин. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 285 с. — Серия : Бакалавр. Прикладной курс.

ISBN 978-5-9916-3551-6

Учебник содержит основные этапы построения и анализа линейной множественной регрессии, также в нем рассматриваются приемы, позволяющие выявлять закономерности поведения экономических объектов, перечень переменных, которые их характеризуют, составлять спецификацию модели для дальнейшей ее оценки. Даны основные методы построения и анализа эконометрических моделей различных видов.

Учебные материалы полностью соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту высшего образования четвертого поколения и рабочей программе по дисциплине «Эконометрика». Теоретический материал каждой главы иллюстрирован примерами, для закрепления материала подготовлены контрольные вопросы и упражнения.

Для студентов, обучающихся по экономическим наравлениям и специальностям.

УДК 330.4(075.8)
ББК 65в6я73

ISBN 978-5-9916-3551-6

© Костюнин В. И., 2014
© ООО «Издательство Юрайт», 2014

Оглавление

Введение 7
Глава 1. Эконометрика: основные понятия и определения 10
1.1. Основные цели и задачи эконометрики как науки 10
1.2. Этапы построения модели и их содержание 13
1.3. Понятие математической модели и ее составляющие 15
Вопросы и задания для самоконтроля 16
Глава 2. Спецификация модели 17
2.1. Первый принцип спецификации модели 17
2.2. Второй принцип спецификации модели 20
2.3. Третий принцип спецификации модели 21
2.4. Четвертый принцип спецификации модели 23
2.5. Структурная и приведенная формы эконометрической модели 27
Вопросы и задания для самоконтроля 32
Упражнения 33
Глава 3. Необходимые сведения из теории вероятностей и математической статистики 36
3.1. Основные понятия теории вероятностей 36
3.2. Случайная переменная и закон ее распределения 38
3.3. Количественные характеристики законов распределения 40
3.4. Случайный вектор и его количественные характеристики 41
3.4.1. Понятие многомерной случайной переменной и функции регрессии 41
3.4.2. Характеристики связи между случайными переменными 43
3.4.3. Свойства операций вычисления количественных характеристик случайных переменных 45
3.5. Основные понятия математической статистики 47
3.5.1. Понятия выборки, оценки и их свойства 47

3.5.2. Понятие статистической гипотезы и порядок ее проверки ... 51
Вопросы и задания для самоконтроля ... 55
Упражнения ... 56
Глава 4. Оценка параметров закона распределения методом максимального правдоподобия ... 58
4.1. Понятие функции правдоподобия и оценка параметров закона распределения ... 58
4.2. Неравенство Рао — Крамера, оценка эффективности ММП-оценок ... 62
Вопросы и задания для самоконтроля ... 65
Упражнения ... 65
Глава 5. Метод наименьших квадратов, теорема Гаусса — Маркова ... 66
5.1. Метод наименьших квадратов и уравнение парной регрессии ... 66
5.2. Уравнение множественной регрессии. Теорема Гаусса — Маркова ... 72
5.3. Оценка параметров уравнения парной регрессии, теорема Гаусса — Маркова ... 78
5.4. Использование табличного процессора EXCEL для оценки эконометрических моделей ... 81
Вопросы и задания для самоконтроля ... 84
Упражнения ... 85
Глава 6. Анализ качества спецификации модели ... 87
6.1. Качество спецификации модели парной регрессии ... 88
6.2. Тестирование линейной модели множественной регрессии ... 92
6.3. Проблема мультиколлинеарности в линейных регрессионных моделях ... 97
6.3.1. Понятие мультиколлинеарности и ее последствия на результаты идентификации регрессионных моделей ... 97
6.3.2. Признаки мультиколлинеарности ... 99
6.3.3. Методы устранения мультиколлинеарности ... 104
Вопросы и задания для самоконтроля ... 108
Упражнения ... 108
Глава 7. Тестирование случайных возмущений на выполнение предпосылок теоремы Гаусса — Маркова ... 112
7.1. Тестирование случайных возмущений на гомоскедастичность ... 113
7.1.1. Тест Голдфельда — Квандта ... 113

7.1.2. Тест ранговой корреляции Спирмена 119
7.1.3. Оценивание модели в условиях гетероскедастичности случайных возмущений 122
7.1.4. Взвешенный метод наименьших квадратов 130
7.2. Тестирование модели на автокоррелируемость случайных возмущений и оценка моделей в условиях автокорреляции 132
7.2.1. Тест Дарбина — Уотсона 132
7.2.2. Оценивание линейных моделей в условиях автокорреляции случайных возмущений 141
7.2.3. Обобщенный метод наименьших квадратов 151
Вопросы и задания для самоконтроля 153
Упражнения 155

Глава 8. Прогнозирование по линейной модели и тестирование ее на адекватность 158

8.1. Прогнозирование с помощью оцененной линейной модели множественной регрессии 158
8.2. Тестирование линейной модели на адекватность 163
8.3. Пример построения и анализа эконометрической модели 166
Вопросы и задания для самоконтроля 176
Упражнения 177

Глава 9. Оценивание нелинейных эконометрических моделей и их линеаризация 181

9.1. Нелинейные модели и способ их оценивания 181
9.2. Модели нелинейные по переменным 182
9.3. Модели, нелинейные по параметрам 188
9.4. Оценивание моделей, не поддающихся линеаризации 195
Вопросы и задания для самоконтроля 197
Упражнения 198

Глава 10. Фиктивные переменные в регрессионных моделях с переменной структурой 200

10.1. Эконометрические модели с переменной структурой 200
10.2. Фиктивные переменные сдвига 202
10.3. Фиктивные переменные наклона 212
Вопросы и задания для самоконтроля 215
Упражнения 216

Глава 11. Оценивание моделей в виде систем одновременных уравнений 217

11.1. Проблема идентификации в моделях в виде систем одновременных уравнений 217
11.2. Проблема авторегрессии в системах одновременных уравнений 228

11.3. Метод инструментальных переменных ... 233
11.4. Косвенный метод наименьших квадратов ... 234
11.5. Двухшаговый метод наименьших квадратов ... 240
11.6. Трехшаговый метод наименьших квадратов ... 250
Вопросы и задания для самоконтроля ... 251
Упражнения ... 253
Глава 12. Модели в виде временных рядов ... 255
12.1. Спецификация модели в виде временного ряда и его основные характеристики ... 256
12.2. Выравнивание уровней временного ряда, определение функции тренда ... 259
12.3. Нестационарные временные ряды ... 265
12.4. Модели стационарных временных рядов ... 270
Вопросы и задания для самоконтроля ... 280
Упражнения ... 281
Приложение ... 283
Литература ... 285

Введение

Деятельность экономиста невозможна без применения современных методов работы, большинство из которых основано на эконометрических концепциях и приемах. Чтобы быть конкурентоспособными и востребованными на рынке труда, экономисты должны владеть количественными методами анализа.

Эконометрика является обязательной дисциплиной и преподается во всех ведущих университетах мира. В России дисциплина «Эконометрика» входит в учебные планы подготовки экономистов всех специальностей в качестве базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) для бакалавров.

Изучение дисциплины «Эконометрика» основывается на сумме знаний, полученных студентами в ходе освоения экономической теории (микро- и макроэкономики), статистики, теории вероятностей, линейной алгебры и навыке использования компьютера при решении различных задач.

Предлагаемый учебник содержит учебные материалы, полностью соответствующие новым стандартам. В нем изложены основополагающие вопросы, связанные с построением и анализом эконометрических моделей.

Учебник состоит из 12 глав, семь из которых посвящены одному из этапов построения или анализа линейной множественной регрессии, а в остальных рассматриваются приемы распространения полученных знаний на решение некоторых специфических задач.

В первой главе раскрываются содержание, цели и задачи эконометрики как науки, определяется место эконометрики в системе экономических дисциплин, а также раскрывается содержание этапов построения эконометрической модели.

Во второй главе содержатся определения основных понятий, которыми оперирует эконометрика, принципы спецификации модели, ее состав и формы, постановка задачи.

Третья глава носит вспомогательный характер. Ее назначение — напомнить студенту основные положения теории вероятностей и математической статистики. Основное внимание обращается на важные для эконометрики понятия, такие как оценка и предъявляемые к ней требования.

В четвертой и пятой главах подробно рассматриваются две основные процедуры оценки модели: метод максимального правдоподобия и метод наименьших квадратов. Особое внимание уделяется рассмотрению теоремы Гаусса — Маркова и изучению модели парной регрессии.

Шестая, седьмая и восьмая главы посвящены вопросам анализа полученной модели. Так, в шестой главе рассматривается вопрос анализа качества спецификации модели, которая выполнена на первом этапе построения модели, в седьмой анализируется выполнение условий, обеспечивающих надлежащее качество оценок параметров модели, а в восьмой главе раскрывается понятие адекватности полученной модели и способ проверки модели на адекватность.

Девятая глава демонстрирует возможности распространения изложенных выше методов для построения некоторых типов нелинейных моделей, а десятая глава посвящена использованию качественных факторов в эконометрических моделях.

Одиннадцатая глава знакомит читателя с особенностями построения моделей в виде систем одновременных уравнений.

В двенадцатой главе раскрываются основные аспекты анализа моделей в виде временных рядов, что находит широкое практическое применение при анализе динамики фондового и валютного рынков.

Теоретический материал каждой главы иллюстрирован примерами, а для закрепления материала подготовлены вопросы и задания для самоконтроля.

В совокупности с другими дисциплинами базовой части профессионального цикла ФГОС ВО дисциплина «Эконометрика» обеспечивает инструментарий формирования профессиональных компетенций бакалавра.

При изучении дисциплины «Эконометрика» бакалавр должен:

знать

- роль, место и значение эконометрики в экономической науке;
- основные понятия и определения, связанные с построением эконометрических моделей;

• основные методы построения и анализа эконометрических моделей, различных видов;

уметь

• выявлять закономерности поведения экономических объектов, перечень переменных, которые его характеризуют, составлять спецификацию модели для дальнейшей ее оценки;

• идентифицировать линейные и нелинейные модели в виде изолированных уравнений и моделей в виде систем одновременных уравнений;

• идентифицировать временные ряды, выявлять в них циклическую составляющую и тренд;

• использовать доступное программное обеспечение для решения комплекса эконометрических задач;

владеть

• понятийным аппаратом в области эконометрики и математического моделирования;

• методами построения и последующего анализа эконометрических моделей;

• навыками применения компьютерной техники для решения эконометрических задач.

Автор выражает благодарность рецензентам Щепетовой С. Е. и Мхитаряну В. С. за замечания и полезные рекомендации, сделанные в ходе подготовки настоящего учебника.

Глава 1
ЭКОНОМЕТРИКА: ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

После изучения главы 1 студент должен:

знать

- роль и место эконометрики в экономической науке;
- основные цели и задачи эконометрики;
- состав экономической модели;
- основные этапы построения модели и их содержание;

уметь

- формулировать цель построения конкретной модели;

владеть

- понятийным аппаратом, необходимым для построения модели.

1.1. Основные цели и задачи эконометрики как науки

Любая наука в своем развитии проходит несколько стадий. Все начинается с изучения объекта исследования, затем происходит осмысление полученных результатов, выявление качественных закономерностей поведения объекта, а на финальной стадии происходит формализация достигнутых результатов, под которой понимается описание выявленных закономерностей на некоем формализованном языке, в частности, на языке математики.

Немецкий философ Э. Кант говорил: «Любая наука лишь постольку наука, поскольку она математика». Экономика в этом смысле не исключение. Чем отличается эконометрика от других разделов экономической науки: микро- и макроэкономики, математического моделирования экономических процессов? При изучении этих и других экономических дисциплин широко используются математические модели. Как правило, эти модели выражены в описательной форме, т.е.

носят качественный характер. Например, *модель межотраслевого баланса* описывается формулой

$$\vec{X} = B\vec{Y}, \tag{1.1}$$

где вектор $\vec{X}$ — валовой выпуск продукции каждой из отраслей; вектор $\vec{Y}$ — конечный спрос на продукцию каждой из отраслей; B — матрица коэффициентов полных материальных затрат.

Формула (1.1) позволяет вычислить объем валового выпуска продукции каждой отраслью по заданным значениям объемов конечного спроса. Это возможно, если известна матрица коэффициентов полных материальных затрат, которую принято называть *мультипликатором Леонтьева*.

Однако в курсе макроэкономики при изучении межотраслевого баланса за скобками оставался вопрос: где взять или как получить эту матрицу? Основная задача эконометрики как раз и сводится к нахождению ответа на вопрос: как определить значения параметров, которые включены в ту или иную модель?

Впервые термин «эконометрика» был предложен П. Цьема, бухгалтером по специальности, в 1910 г. Предложенный им термин звучал как «эконометрия». Эконометрика как наука стала оформляться в начале XX в. Ее появление связывают, в частности, с именами Р. Фриша, Л. Клейна, Я. Тинбергена[1] и др.

В развитии любой науки прослеживаются следующие основные этапы. Это наблюдение за поведением исследуемого этапа, выявление основных качественных и количественных факторов, влияющих на его поведение, выявление и описание закономерностей влияния факторов на поведение объекта и, наконец, формализованное представление

---

[1] *Рагнер Антон Киттель Фриш* (1895—1973) — норвежский экономист, лауреат Нобелевской премии, присужденной за создание и применение динамических моделей к анализу экономических процессов. Основная работа: «Эконометрика в современном мире» (1970).

Лоуренс Роберт Клейн (р. 1920) — американский экономист, лауреат Нобелевской премии, присужденной за создание экономических моделей и их применение к анализу колебаний экономики и экономической политики. Основная работа: «Экономическая теория и эконометрика» (1985).

Ян Тинберген (1903—1994) — голландский экономист, Нобелевскую премию получил в 1969 г. за создание и применение динамических моделей к анализу экономических процессов.

накопленных знаний с помощью того или иного, как правило, математического аппарата с целью прогнозирования или управления поведением объекта. Вступление экономики в стадию формализованного представления имеющихся результатов и широкого применения математических моделей для управления экономическими объектами, в свою очередь, поставило задачу разработки методических подходов для построения необходимых моделей. Таким образом, эконометрика как научное направление призвана обеспечить экономистов инструментарием для решения конкретных экономических задач.

В настоящее время нет единого определения эконометрики как науки. Термин «эконометрика» был введен Рагнером Фришем в 1926 г. и в дословном переводе означает «экономические измерения» или «измерения в экономике».

Наряду с таким широким пониманием эконометрики, существует и весьма узкая ее трактовка как совокупности методов анализа связей между различными экономическими показателями (факторами) на основании реальных статистических данных с использованием аппарата теории вероятностей и математической статистики.

Мы будем придерживаться определения, которое дал Р. Фриш.

Эконометрика — *это раздел экономики, изучающий конкретные количественные закономерности и взаимосвязи между переменными экономических объектов с помощью математических методов и моделей.*

В вышеприведенном определении, прежде всего, обозначается место эконометрики как науки — это раздел экономики, а также определен методический подход к получению необходимых количественных закономерностей.

Задача эконометрики состоит в выявлении связей между количественными характеристиками экономических объектов в целях построения математических правил прогноза (вычисления приближенных значений) одних количественных характеристик объектов, часто недоступных для наблюдения, по наблюденным или заданным значениям других количественных характеристик объектов.

Эмпирическим материалом для построения правил прогноза (эти правила именуются эконометрическими моделями) служат результаты наблюдений за изучаемыми экономическими объектами.

Р. Фриш подчеркивает, что эконометрика есть единство трех составляющих: математической статистики, макроэкономики и микроэкономики.

Как отмечает Л. Клейн, «основная задача эконометрики — наполнить эмпирическим содержанием априорные экономические рассуждения». Или, другими словами, перед эконометрикой ставится задача дать количественные оценки выводам и закономерностям, сформулированным в общей экономической теории.

Обобщая сказанное, мы можем сделать вывод, что эконометрика — это дисциплина, объединяющая совокупность результатов, методов и приемов экономической теории, экономической статистики и математико-статистического инструментария для количественного выражения качественных закономерностей.

Результатом эконометрического моделирования является математическая модель экономического объекта, которая адекватно описывает его реальное поведение объекта, и в дальнейшем может использоваться с целью прогнозирования поведения объекта в интересующих исследователя условиях или с целью решения задачи оптимального управления объектом.

1.2. Этапы построения модели и их содержание

Процесс (комплекс решаемых задач) построения экономических моделей можно условно разбить на несколько этапов. Отметим, что это деление условное и различные авторы такое деление производят по-разному. Это относится к количеству этапов, но не к комплексу задач, которые необходимо решить в процессе построения модели.

Мы будем рассматривать пять[1] основных этапов:

1) спецификация модели;
2) сбор исходной информации;
3) идентификация (оценка) модели;
4) анализ свойств модели;
5) анализ адекватности модели.

Этап 1. Постановка задачи, спецификация модели. Здесь главное — четко сформулировать сущность экономической

[1] У специалистов нет единого мнения о количестве этапов построения модели. Все зависит от содержательного объема, который автор вкладывает в каждый этап.

проблемы, принимаемые допущения и те вопросы, на которые требуется получить ответы.

Этот этап включает в себя выделение важнейших черт и свойств моделируемого объекта и абстрагирование от второстепенных, изучение структуры экономического объекта и основных закономерностей взаимодействия переменных, объясняющих поведение и развитие объекта и выявленных общей экономической теорией. На основе полученных знаний можно специфицировать модель, что означает подобрать класс функций и их конкретный вид, с помощью которых предполагается моделировать поведение изучаемого объекта.

Этап 2. Подготовка исходной информации. Моделирование предъявляет достаточно жесткие требования к качеству информации. В то же время реальные возможности получения информации, в свою очередь, ограничивают возможности выбора модели. При этом имеются в виду не только ограничения, связанные с принципиальной возможностью получения данных по срокам, но и затраты на получение информации. Если кратко сформулировать основное требование к исходной информации, то она должна обеспечить вычисление всех неизвестных параметров модели.

Этап 3. Оценивание неизвестных параметров. Этот этап включает в себя выбор методов оценки неизвестных параметров модели, проверку справедливости принятых гипотез.

Этап 4. На этапе постановки задачи, как правило, формулируются свойства, которым должна удовлетворять построенная модель. Эти условия могут накладываться как на модель в целом, так и на ее отдельные элементы (например, параметры). В связи с этим перед исследователем встает задача проверки ряда статистических гипотез с целью подтверждения выполнения условий или ограничений, наложенных на модель и ее составные элементы.

Этап 5. Проверка адекватности. Это заключительный этап, по результатам которого делается заключение о практической пригодности модели, что является ее необходимым свойством.

Отметим, что каждый последующий этап существенно зависит от результатов выполнения предыдущих этапов.

Так при выполнении второго этапа работы вполне может оказаться, что невозможно собрать данные по всем переменным, включенным в спецификацию модели. Причины могут быть разными: длительность экономического процесса, что приводит к противоречию с необходимыми сроками получе-

ния информации, сроками решения экономической задачи; необходимость в неоправданно высоких затратах на сбор исходной информации или наличие в спецификации модели таких переменных, наблюдение которых невозможно. Выход из создавшейся ситуации один: вернуться к первому этапу и изменить спецификацию модели таким образом, чтобы сделать выполнимым этап сбора необходимой информации.

1.3. Понятие математической модели и ее составляющие

Вопросы, связанные с моделированием различных объектов, в том числе экономических, опираются на следующие базовые понятия: экономический объект, переменная объекта, модель.

Под *экономическим объектом* понимается любой хозяйствующий субъект. Это может быть домашнее хозяйство, производство, отдельный регион, национальная или глобальная экономическая система, т.е. любой объект, который участвует в процессах производства, потребления или обмена.

Каждому экономическому объекту присущ набор количественных показателей, которые характеризуют его состояние.

Количественные показатели, которые характеризуют состояние или поведение объекта, называются **переменными объекта**.

Поясним данные определения на примере. В качестве объекта исследования возьмем равновесный конкурентный рынок товаров или услуг. Из экономической теории известно, что равновесный рынок характеризуется, по крайней мере, тремя количественными показателями. Это уровень спроса (обозначим его y^d), уровень предложения товара (обозначим его y^s) и равновесная цена (обозначим как p). Величины y^d, y^s и p являются переменными данного экономического объекта, количественные значения которых характеризуют его состояние.

Из экономической теории известно, что все переменные конкретного экономического объекта связаны между собой и изменение значения одной из переменных, как правило, приводит к изменению значений других переменных.

Следующее важное понятие — модель. Термин «модель» имеет очень широкий спектр толкований. Это и наглядные модели каких-либо объектов машиностроения, строительства, компьютерные программы тоже часто называют моделями и многое другое. Нас будут интересовать только математические модели.

Модель — *математически выраженная связь между переменными объекта.*

Математическая модель может быть представлена различными способами — это и набор графиков, и набор таблиц, и изолированное уравнение или система уравнений и неравенств. Важно, чтобы при использовании модели была возможность по известным значениям одних переменных получить значения других, неизвестных переменных. В общем случае любое из названных представлений модели позволяет это сделать.

Из всего многообразия математических функций и уравнений, для решения задач эконометрики **выбираются только алгебраические уравнения линейного типа:**

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_kx_k. \qquad (1.2)$$

В модели (1.2) в качестве переменных экономического объекта выступают $y, x_1, x_2, ..., x_k$.

Переменными модели *называются количественные показатели экономического объекта, которые могут принимать любое значение из их области определения.*

Величины $a_0, a_1, a_2, ..., a_k$ называются *параметрами* или *коэффициентами модели*. В отличие от переменных, параметры модели *являются константами* и не зависят от значений переменных объекта. С помощью параметров достигается соответствие модели реальному поведению экономического объекта. В большинстве случаев областью определения экономических переменных является множество неотрицательных действительных чисел.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Сформулируйте место эконометрики в экономической науке.
2. Укажите основные цели и задачи эконометрики.
3. Чем эконометрика отличается от других экономических дисциплин?
4. Перечислите основные этапы построения модели.
5. В чем содержание первого этапа построения модели: спецификации модели?
6. Каково содержание второго этапа построения модели: сбор исходной информации?
7. В чем суть третьего этапа построения модели: оценка модели?
8. В чем заключается последний этап построения модели?
9. Назовите составляющие математической модели.
10. Чем отличаются переменные модели от ее параметров?

Глава 2
СПЕЦИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

После изучения главы 2 студент должен:

знать

- содержание первого этапа построения модели;
- классификацию переменных модели и классификацию моделей;
- принципы спецификации модели;
- формы представления моделей;

уметь

- формулировать спецификацию модели;
- осуществлять преобразование моделей из структурной формы в приведенную;

владеть

- математическим аппаратом линейной алгебры, необходимым для выполнения этапа спецификации эконометрической модели.

2.1. Первый принцип спецификации модели

Первый принцип спецификации модели отвечает на вопрос: исходя, из каких соображений появляется экономическая модель?

Спецификация модели *представляет собой подробную запись на математическом языке известных закономерностей поведения экономического объекта.*

Под закономерностями поведения экономического объекта понимаются закономерности взаимосвязей между экономическими переменными. Источником закономерностей служат выводы, полученные в результате изучения особенностей поведения объекта. Они могут быть известны из общей экономической теории или в результате собственного анализа объекта. Очевидно, экономическая теория не может рассмотреть каждый конкретный экономический объект. Она рассматривает, как правило, общие закономерности поведения и развития отдельных экономических систем (производственные системы, системы потребления, общее развитие

экономики и т.п.). Моделирование конкретного объекта представителя той или иной системы — задача исследователя.

Несмотря на кажущуюся простоту этого этапа построения модели, он является определяющим в достижении цели. На этом этапе исследователю необходимо подробно изучить качественные закономерности поведения экономического объекта, выявить количественные показатели, характеризующие объект, сформулировать взаимосвязи между этими показателями. Результатом такой работы должна быть формализованная (выраженная на математическом языке) запись поведения объекта.

Продолжим рассмотрение равновесного конкурентного рынка и запишем спецификацию объекта с учетом сделанных замечаний.

Вспомним, какие закономерности присущи данному объекту.

1. Уровень спроса на товар падает с ростом цены на товар.
2. Уровень предложения на товар растет с ростом цены на него.
3. Равновесная цена на товар есть результат равновесия между уровнями спроса и предложения.

Исходя из приведенных закономерностей, спецификацию элементарной модели конкурентного рынка можно записать в виде системы линейных алгебраических уравнений.

Первое утверждение на математическом языке с помощью линейного уравнения принимает вид:

$$y^d = a_0 + a_1 p.$$

При этом необходимо дополнить полученное уравнение ограничением на a_1: $a_1 < 0$, чтобы обеспечить падение спроса с ростом цены.

Вообще говоря, это обстоятельство можно было учесть, поставив знак минус перед вторым слагаемым. Но в этом случае необходимо указать, что коэффициент a_1 не может быть отрицательным. Принято записывать слагаемые в уравнениях с плюсом, а особенности коэффициентов указывать в ограничениях.

Аналогичным образом легко формализовать оставшиеся два утверждения. В результате спецификация модели примет вид:

$$\begin{cases} y^d = a_0 + a_1 p; \\ y^s = b_0 + b_1 p; \\ y^d = y^s; \\ a_1 < 0;\ (a_0, b_0, b_1) > 0. \end{cases} \qquad (2.1)$$

В модели (2.1) y^d, y^s, p являются переменными модели (объекта), а коэффициенты a_0, a_1, b_0, b_1 — это параметры модели.

Мы ограничили себя применением только линейных алгебраических уравнений. Однако на практике далеко не всегда удается получить спецификацию модели в виде линейного алгебраического уравнения.

Пример. Спецификация неоклассической производственной функции.

Пусть производственная функция характеризуется тремя переменными:

Y — объем выпускаемой продукции в денежном выражении;

K — объем капитальных затрат;

L — объем затрат на трудовые ресурсы.

Взаимосвязи между перечисленными переменными подчиняются следующим закономерностям.

1. Каждый из факторов производства (K и L) одинаково необходимы для выпуска продукции. Другими словами, если один из этих факторов равен нулю, то выпускается нулевой продукт.

2. Объем выпускаемой продукции растет с увеличением потребления каждого из факторов при условии фиксации другого.

3. Каждая последующая единица использования факторов менее полезна, чем предыдущая (закон убывания предельной полезности факторов).

4. Если затраты факторов одновременно увеличить в μ раз, то и объем выпуска продукции возрастет в μ раз.

Итак, необходимо записать спецификацию производственной функции с учетом перечисленных закономерностей.

Из первой закономерности следует, что затрачиваемые факторы в модели должны участвовать в виде произведения. Только в этом случае равенство любого из факторов приведет к результату, равному нулю. Следовательно, можно записать:

$$Y = a_0 KL.$$

Параметр a_0 учитывает степень отклика объема выпускаемой продукции на изменение затрат факторов производства.

Вторая закономерность говорит о том, что рост объема выпуска продукции не обязательно линейный по отношению к факторам производства, т.е. может иметь вид:

$$Y = a_0 K^{\alpha} L^{\beta}.$$

Параметры α и β учитывают степень влияния изменений затрат факторов на изменение объема производства.

Из третьего условия следует, что параметры α и β должны быть положительными, но меньше единицы.

Из последнего условия следует, что должно выполняться тождество

$$Y^{\mu} = a_0 (\mu K)^{\alpha} (\mu L)^{\beta}.$$

Раскрыв скобки, получим:

$$Y^{\mu} = a_0 \mu^{(\alpha+\beta)} K^{\alpha} L^{\beta} = Y \mu^{(\alpha+\beta)}.$$

Откуда вытекает условие на параметры α и β:

$$\alpha + \beta = 1.$$

В результате неоклассическая производственная функция получает спецификацию:

$$Y = a_0 K^{\alpha} L^{(1-\alpha)}. \qquad (2.2)$$

Так получена спецификация хорошо известной производственной функции Кобба — Дугласа.

Отметим различия между моделями (2.1) и (2.2). Первое отличие заключается в количестве уравнений: в модели (2.1) их три, а в модели (2.2) одно; второе отличие — уравнения модели (2.1) — линейные алгебраические аддитивные функции, а модель (2.2) — нелинейная мультипликативная.

По количеству уравнений экономические модели подразделяются на модели в виде **изолированного уравнения** и на модели в виде **системы одновременных уравнений**.

2.2. Второй принцип спецификации модели

Прежде, чем сформулировать **второй принцип спецификации**, запишем спецификацию расширенной модели конкурентного равновесного рынка. Для этого вспомним, что из экономической теории известно, что уровень спроса не только падает с ростом цены, но возрастает с ростом располагаемого дохода потребителя. Если $\boldsymbol{x}$ — располагаемый доход потребителя, то спецификация расширенной модели конкурентного рынка получит вид:

$$\begin{cases} y^d = a_0 + a_1 p + a_2 x; \\ y^s = b_0 + b_1 p; \\ y^d = y^s; \\ a_1 < 0;\ (a_0, b_0, b_1) > 0. \end{cases} \qquad (2.3)$$

В первом уравнении модели появилось еще одно слагаемое, связанное с влиянием располагаемого дохода на уровень спроса.

Начнем с классификации переменных в моделях. Из характера формирования значений переменных, входя-